



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

Reducción de Vibraciones en Edificios y Sistemas Mecánicos
mediante Control Semi-activo

Reporte que presenta

M. en C. Andrés José Rodríguez Torres

Para sustentar el

Examen Predoctoral

En la especialidad de

Control automático

Directores de la Tesis:

Dr. Jesús Morales Valdez

Dr. Wen Yu Liu

Ciudad de México

Julio, 2021

Agradecimientos

Debo agradecer a mis asesores el Doctor Jesús Morales Valdez y el Doctor Wen Yu, por su apoyo, orientación y paciencia para el desarrollo de este trabajo que al final, el conocimiento que me transmitieron es mi mayor recompensa.

Este proyecto fue apoyado en parte por donaciones otorgadas por CONACyT, gracias a su colaboración a la generación de ciencia y tecnología.

Gracias a mi esposa Silvia, sin su apoyo no se hubiera hecho esta tesis, siendo compañía y sustento en todos los aspectos.

Un agradecimiento especial para el laboratorio de resistencia de materiales de la Universidad Santo Tomás de Bucaramanga, Colombia y a mis amigos Jorge Guillermo Díaz Rodríguez y Cesar Valencia Niño y sus estudiantes Zuly Alexandra Mora Pérez y Sebastian Muñoz Vasquez por la asistencia en experimentos del amortiguador magnetoreológico en medio de esta pandemia.

Otras personas que también merecen un agradecimiento son mi amigo Gerson Gabriel Portilla Fuentes y el Ing. José de Jesús Meza Serrano por su apoyo en todo momento.

Finalmente, gracias a mi familia en Colombia: mi mamá Yanet, mi papá Sixto, mis hermanos Leonardo y Luis José, mi cuñada Yadira y mis sobrinos Luis, Alejandro y Sebastián y mi tía Myriam el apoyo más importante vino de todos ustedes. Este logro también es de ustedes.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	V
Abstract	VI
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	VIII
1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Estado del arte	3
1.2.1. Control Activo	3
1.2.2. Control semi-activo	4
1.3. Objetivos de la tesis	5
1.4. Metodología	6
1.5. Estructura de la tesina	6
1.6. Publicaciones	6
2. Modelo matemático de un edificio	7
3. Control activo de vibraciones	11
3.1. PD convencional	12
3.2. Controlador robusto	17
3.2.1. Diseño de función de ponderación	18
3.2.2. Diseño del controlador	19
3.2.3. Simulación	20
3.3. PD modal	24
3.3.1. Diseño del controlador	25
3.3.2. Simulación del prototipo	29
3.3.3. Resultados experimentales	32
4. Identificación paramétrica de un amortiguador magnetoreológico para control semi-activo	36
4.1. Modelos del amortiguador magnetoreológico	36
4.1.1. Modelo de Bouc-Wen	36
4.1.2. Modelo de LuGre	38
4.1.3. Tangente hiperbólico	40
4.2. Identificación del amortiguador RD 8040-1	42

4.2.1. Algoritmo genético	44
4.2.2. Resultados del GA	45
5. Conclusiones y trabajos futuros	47
5.1. Conclusiones	47
5.2. Trabajo futuro	48
A. Apéndice A: Criterio de Routh-Hurwitz y teorema de Kharitonov	49
A.1. Criterio de Routh-Hurwitz	49
A.2. Teorema de Kharitonov	50
Bibliografía	51

Resumen

En la presente tesina se desarrollan diferentes esquemas de control con el fin de reducir las vibraciones en estructuras tipo edificios. El objetivo principal es conservar la integridad estructural. Para ello, diferentes técnicas de control son aplicados a modelos de edificios a cortante, perturbados sísmicamente. Entre las tecnologías empleadas están el enfoque de Control Activo y Control Semi-activo, por las ventajas que estos poseen. En ambos casos, se tiene la ventaja de cambiar las propiedades dinámicas del actuador en tiempo real, permitiendo alcanzar un mejor desempeño en comparación con los disipadores de energía pasivos, los cuales introducen amortiguamiento a través de una masa sintonizada. Por lo tanto, se presenta la selección de un controlador activo con mejor desempeño en simulación y validación experimental a través de un amortiguador de masa activo (AMD). Adicionalmente, se introducen amortiguadores magnetoreológicos (MRD), con la intención de realizar control semi-activo de vibraciones por sus múltiples ventajas de consumo eléctrico, estabilidad del sistemas, entre otras. Dicho amortiguador tiene un comportamiento no lineal, por lo tanto, se presenta el estudio de varios modelos y pruebas experimentales preliminares para la validación y selección del modelo matemático más conveniente en la literatura.

Abstract

In this thesis, different control schemes are developed in order to reduce vibrations in building-type structures. The goal is to preserve structural integrity. For this, different control techniques are applied to shear building models, disturbed seismically. Among the technologies used are the Active and Semi-active Control approach, due to their advantages. In both cases, they have the advantage of changing the dynamic properties of the actuator in real time, allowing better performance to be achieved compared to passive energy actuators, which introduce damping through a tuned mass. Therefore, the selection of an active controller with better performance in simulation and experimental validation is carried out through an active mass damper (AMD). On the other hand, it is desired to exercise control by means of magneto-rheological dampers (MR) to carry out the semi-active control of vibrations due to its multiple advantages of electricity consumption, system stability, among others. Since, MR damper has a non-linear behavior, hence, several models and preliminary experimental tests are presented for the validation and selection of the most convenient mathematical model in the literature.

Índice de figuras

1.1. Cinturón de fuego del pacífico	1
2.1. Edificio de n -pisos	7
3.1. Edificio con actuador AMD localizado en el último piso	11
3.2. Respuesta del edificio en lazo abierto con excitación sinusoidal	15
3.3. Respuesta del sistema con controlador para excitación sinusoidal	16
3.4. Comparación de la respuesta sin control y controlada del edificio de 2 niveles bajo el sismo de México 1985	16
3.5. Fuerza requerida para controlar por medio del PD convencional	17
3.6. Síntesis del controlador \mathcal{H}_∞	18
3.7. Espectro en frecuencia del registro sísmico del 85 frente a la función ponderación W_3	19
3.8. Respuesta sin control del segundo piso sujeta a la excitación del sismo de 1985	20
3.9. Lugar de las raíces	21
3.10. Respuesta controlada del segundo piso con \mathcal{H}_∞ propuesto bajo la excitación sísmica México 1985	21
3.11. Respuesta controlada del sistema con \mathcal{H}_∞ por medio de <i>hinfsyn</i> bajo la excitación sísmica México 1985	23
3.12. Fuerza requerida para controlar por medio de \mathcal{H}_∞	24
3.13. Componente norte-sur del sismo de México de 1985	30
3.14. Respuesta controlada de la estructura del edificio del controlador bajo excitación sinusoidal	31
3.15. Prototipo a escala del de edificio de dos pisos	33
3.16. Respuesta sin control y controlada de la estructura del edificio bajo el sismo de 1985 en México	34
3.17. Fuerzas requeridas para controlar	35
4.1. Modelo amortiguador magnetoreológico de Spencer	37
4.2. Entradas aplicadas al modelo Spencer para el amortiguador MR	38
4.3. Respuesta del modelo Spencer para el amortiguador MR a un escalón	39
4.4. Entrada aplicada y salida del modelo LuGre para el amortiguador MR	40
4.5. Respuesta del modelo LuGre para el amortiguador MR a una rampa	40
4.6. Modelo del MRD propuesto por Kwok	41
4.7. Respuesta del amortiguador bajo excitación seno	41
4.8. Montaje de ensayos al MRD	42
4.9. Desplazamiento para la prueba de identificación del MRD	43
4.10. Resultados experimentales del amortiguador MR	43
4.11. Reglas de cambio de los genes en un GA	44

4.12. Algoritmo genético	45
4.13. Evolución de los valores de la función de aptitud	46
4.14. Comparación entre el modelo experimental y la respuesta del modelo simulado	46

Índice de cuadros

3.1. Polos, frecuencias naturales y amortiguamiento de la estructura	15
3.2. ISE de los controladores	24
3.3. Parámetros estructurales	29
3.4. Comparación del nivel de atenuación para el edificio de dos pisos usando diferentes controladores	32
3.5. Nivel de atenuación ante incertidumbre paramétrica	32
3.6. Comparación del nivel de atenuación para el edificio de dos pisos usando diferentes controladores	35
4.1. Parámetros del modelo Spencer para el amortiguador	38
4.2. Parámetros del modelo LuGre modificado para el amortiguador MR	39
4.3. Parámetros del modelo tanh para el amortiguador	41
4.4. Parámetros estimados del modelo tanh para el amortiguador	46

Capítulo 1

Introducción

Los sismos se producen por movimientos de reajuste en el interior y en la superficie de la Tierra en los límites de las placas tectónicas. Por consiguiente, las zonas de mayor riesgo sísmico son las que se encuentran en la frontera de las placas, como ocurre con el cinturón del fuego del pacífico, que es la zona donde ocurren la mayoría de sismos en el mundo (ver Fig. 1.1¹), donde constantemente se ven afectados países como Japón, México y Colombia.

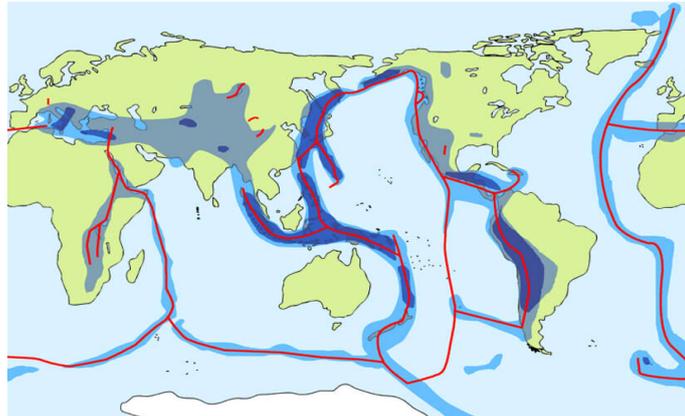


Figura 1.1: Cinturón de fuego del pacífico

Para contrarrestar estos movimientos telúricos en estructuras, continuamente se desarrollan nuevos dispositivos de disipación de energía y estrategias de control. De acuerdo con el tipo de dispositivo a emplear existen varias clases de estrategias de atenuación de las vibraciones, las cuales se pueden catalogar como control pasivo, activo, semi-activo e híbridos. Las ventajas, limitaciones y la selección de cada uno se describen en [1].

El control pasivo consiste en el uso de dispositivos de disipación de energía, que no requieren ninguna alimentación de corriente externa y absorbe energía del movimiento inducido por alguna perturbación externa, como lo pueden ser los vientos fuertes o la actividad sísmica. En otras palabras, la energía se disipa produciendo un movimiento relativo dentro del dispositivo de control con respecto al movimiento de la estructura, por ejemplo, un amortiguador de masa sintonizada (TMD, por sus siglas en inglés de Tuned Mass Damper). Las principales ventajas es que son más económicos y no demandan energía eléctrica y su principal desventaja es que no se puede modificar sus propiedades en tiempo real para ejercer control. Bajo este enfoque se encuentran los aisladores de base, colocados entre el edificio

¹Fuente: <https://smis.org.mx/informacion/zonas-sismicas-en-el-mundo/>

y la cimentación. Son dispositivos de aislamiento flexibles que evitan la propagación de la onda sísmica a altas frecuencias en la estructura. La adición de este dispositivo aumenta la flexibilidad de la estructura, lo que lo hace adecuado para implementar en estructuras de edificios pequeños y medianos. Este tipo de tecnología ha tenido mucho éxito pese a que no modifica sus propiedades dinámicas en tiempo real.

El control activo se define como un sistema equipado con un dispositivo que para ejercer una fuerza en la estructura, requiere una fuente con alta demanda de energía para el funcionamiento de un actuador, por ejemplo, electrohidráulico o electromecánico (servomotor), lo que significa un aumento del amortiguamiento y/o la rigidez estructural. El sistema de control activo utiliza sensores para medir tanto la excitación como la respuesta estructural, luego, mediante el procesamiento de los datos y su interpretación, se genera una acción de control en respuesta al movimiento provocado en la estructura. La cual se lleva a cabo mediante la ubicación estratégica de actuadores, lo que genera una respuesta vibratoria secundaria que controla las vibraciones de la estructura no deseadas. Una de sus ventajas más considerable es su idoneidad para estructuras con múltiples grados de libertad, debido a que los actuadores pueden funcionar con varios modos de vibración. Esta ventaja puede representar una desventaja debido a que al momento de administrar energía al sistema puede generar mayores desplazamientos de la estructura si esta vibración secundaria tiene la misma frecuencia natural del edificio. En consecuencia, para superar este reto es necesario implementar esquemas de control robustos.

El control semi-activo usa dispositivos con propiedades de un elemento pasivo para disipar energía y al mismo tiempo puede cambiar su amortiguamiento a través de pequeñas fuentes de corriente. Por lo tanto, tiene las ventajas de un control activo con bajo requerimiento de energía y a su vez con la virtud de un control pasivo, por lo que utiliza el movimiento de la estructura para desarrollar la fuerza de control. El beneficio del control semi-activo sobre el control activo es que requiere una menor cantidad de energía para su funcionamiento, que incluso pueden alimentarse con una batería, lo cual representa una ventaja significativa, puesto que durante la actividad sísmica es común el fallo eléctrico. Adicionalmente, el control semi-activo no suministra una fuerza al sistema controlado, así que no tiene la desventaja del control activo de someter la estructura a mayores vibraciones, lo que significa un método robusto para la reducción del movimiento.

Por último, existe el enfoque de control híbrido, el cual consiste en una combinación de la robustez del actuador pasivo y el alto rendimiento del control activo. Un ejemplo de ellos son los aisladores de base híbridos que combinan un aislador en la base con posicionamiento variable, por medio de la acción de un dispositivo activo o semi-activo para ejercer control. Debido a la inclusión de múltiples dispositivos de control, el sistema híbrido supera las limitaciones y restricciones observadas en los dispositivos de control únicos como dispositivos pasivos, activos y semi-activos.

1.1. Motivación

En zonas sísmicamente activas existen muchos accidentes, desde riesgos en edificaciones de gran tamaño que son afectadas en su integridad física al punto de ser destruidas, riesgos económicos, en líneas eléctricas [2], ecológicos como el caso del sismo del Limón [3], hasta en la salud mental de las personas [4], lo que genera una gran crisis. México es un país que posee varias de estas zonas, y por ende, se encuentra bajo riesgo latente de actividad sísmica. Por ejemplo, el caso del sismo de 1985, que provocó el colapso de varios edificios en la ciudad de México. También el reciente sismo en 2017 con epicentro en el estado de

Chiapas, considerado el sismo más fuerte que se ha registrado recientemente en el país y de los sismos con mayor intensidad en la historia de México, causando la pérdida de vidas humanas. Por otra parte, Colombia es otro país que es fuertemente afectado por sismos, como sucedió con el caso del gran Tumaco, sismo en 1979 con epicentro en el océano pacífico que produjo la pérdida de muchas vidas humanas e inmuebles en diferentes zonas cercanas al epicentro, como Bogotá que se encuentra a 500 km del océano pacífico [5]. Estos países poseen un alto riesgo sísmico y un gran número de edificaciones comerciales y residenciales que son afectadas drásticamente generando una gran crisis nacional con impacto social y económico. El constante movimiento telúrico ocasiona la formación de grietas por bajos ciclos de fatigas que debilitan la integridad estructural [6]. Por otro lado, fenómenos naturales como las grandes corrientes de aire también pueden producir fallas estructurales debido a que se producen movimientos inesperados en las construcciones.

Debido a estos fenómenos es necesario el desarrollo de técnicas de control estructural, en la búsqueda de tecnologías, que permitan conservar el buen funcionamiento y la integridad de los inmuebles. Experimentar y proponer estrategias para mitigar y/o reducir las vibraciones en edificios, en ciudades sísmicamente activas o aquellas donde ocurren movimientos accidentales, como los producidos por vientos fuertes, intentando disminuir el riesgo de tragedias. Por ejemplo, en ciudades como la Ciudad de México que se caracterizan por tener un suelo blando y donde muchas de las edificaciones son antiguas, es necesario incluir algunos mecanismos disipadores de energía, debido a la ausencia de un diseño estructural contra los movimientos tectónicos, como quedó evidenciado en el sismo de 1985, el cual causó el colapso de varios edificios en dicha ciudad [7]. En consecuencia, se ha prestado una atención considerable al uso de tecnologías destinadas a reducir las vibraciones de los edificios inducidas por sismos. La vibración estructural se puede mitigar generalmente de dos maneras: construyendo edificios con materiales inteligentes o agregando dispositivos de disipadores de energía como amortiguadores, aisladores y actuadores al edificio.

Antes de la implementación de cualquiera de estas estrategias en estructuras reales para salvar vidas ante eventos naturales no esperados, se debe realizar una verificación experimental exhaustiva de estos sistemas a escala reducida en el laboratorio. Es por ello, la necesidad del desarrollo de este tipo de investigación, para la generación de algoritmos de control robustos. Por consiguiente, en este trabajo se desarrollan algunos esquemas de control, basados en el enfoque de tecnología activa y semi-activa, debido a las propiedades que ambos presentan. Ambos se pretenden implementar en un prototipo experimental de 2 niveles, localizado en el laboratorio del Departamento Control Automático del CINVESTAV-IPN.

1.2. Estado del arte

La acción de control estructural se logró con éxito en una implementación práctica en los controles de vibraciones activo y semi-activo [8, 9], del mismo modo, en estas investigaciones se presentan algunos mecanismos idóneos para ejercer este tipo de controles. Con el fin de implementar nuevas estrategias de supresión de vibraciones se profundizó sobre dos técnicas muy populares en el control de oscilaciones causadas por eventos sísmicos.

1.2.1. Control Activo

Los sistemas de control activo operan utilizando energía externa suministrada por actuadores para impartir fuerzas sobre la estructura. La acción de control adecuada se determina en función de las mediciones de las respuestas estructurales. Los dispositivos de control activo

resultan muy eficaces para reducir la respuesta estructural debido a sismos de gran magnitud. Sin embargo, quedan algunos desafíos para los ingenieros, cómo eliminar los requisitos de alta potencia, cómo reducir el costo y mantenimiento de estos. Por esta razón, durante aproximadamente cinco décadas, los investigadores han buscado la posibilidad de utilizar métodos de control activo para mejorar los enfoques pasivos para reducir las respuestas estructurales. Existen una variedad de mecanismos de control activo, dentro de los usados en recientes investigaciones está el sistema de tendón activo [10], que ante pequeñas perturbaciones el sistema activo se puede apagar, entonces los cables resistirán la deformación estructural en modo pasivo. A mayores excitaciones, el modo activo se activa para alcanzar la tensión requerida en los tendones. Otro dispositivo muy usado es el amortiguador activo de masa sintonizada (ATMD o AMD por sus siglas en inglés) que constituye la modificación de un TMD. En este sistema, el 5% de la masa total del edificio es excitado directamente mediante un actuador sin resorte ni amortiguador adjunto [11], lo que constituye un riesgo si no se tiene una apropiada ley de control. De modo que, se han propuesto varias estrategias de control para lograr un alto rendimiento con fines de supresión de vibraciones, como sucede con el control \mathcal{H}_∞ . De acuerdo con las referencias [12, 13, 14, 15], los autores reportan resultados satisfactorios para la reducción vibraciones empleando dicho esquema. Sin embargo, el rendimiento de este controlador puede degradarse en estructuras con un número muy alto de modos de vibración, a menudo más allá del ancho de banda del controlador. Otra alternativa es mediante el control por modo deslizante, que es robusto frente a variaciones y perturbaciones de los parámetros, como se reporta en [16, 17, 18]. No obstante, los términos de alta frecuencia en la señal de control representan una dificultad en los sistemas mecánicos. Por otro lado, métodos de control óptimos como el regulador cuadrático lineal (LQR) [19, 20] y el Gaussiano cuadrático lineal (LQG) [21], han informado resultados satisfactorios para el control activo de vibraciones de estructuras de edificios. Debido a que ambos algoritmos están basados en modelo, ante la incertidumbre y las perturbaciones paramétricas, el rendimiento del controlador puede verse reducido. La mayor parte de la investigación en [22, 23, 24] emplean el control a través de redes neuronales. En este caso, los algoritmos requieren una gran cantidad de procesamiento de datos y señales, lo que significa un alto costo computacional. Por otro lado, los controladores PD-PID son el algoritmo más simple y utilizado con diversas aplicaciones, como la supresión activa de vibraciones estructurales [25]. Todas las técnicas de control presentadas demuestran el gran interés de la comunidad científica en el control activo de vibraciones y su eficiencia teórica y práctica para disminuir desplazamiento en edificaciones ante eventos sísmicos y fuertes vientos.

1.2.2. Control semi-activo

Los controladores activos demandan mucha potencia que está por el orden de los Mega Watt (MW) para su implementación real en actuadores, mientras los controladores semi-activos con dispositivos de amortiguamiento variable poseen un consumo eléctrico alrededor de los 20W. Además, éstos últimos pueden modificar el amortiguamiento estructural de la misma forma que los sistemas de control activo. Esto representa una ventaja considerable ante eventos sísmicos, donde es común fallos en el suministro de energía eléctrica [26]. El control semi-activo es una combinación de los enfoques activos y pasivos, ofreciendo la estabilidad de los sistemas pasivos que aprovechan el movimiento estructural y la adaptabilidad de los sistemas activos ante perturbaciones y/o cambios en las propiedades de la estructura. Por lo tanto, a diferencia de los dispositivos de control activo, los dispositivos de control semi-activo no tienen el potencial de desestabilizar el sistema estructural. Los estudios preli-

minares indican que los sistemas semi-activos implementados correctamente alcanzan mejor desempeño que los dispositivos pasivos y tienen el potencial de alcanzar, o incluso superar, el rendimiento de los sistemas totalmente activos, permitiendo así la posibilidad de la reducción de respuesta eficaz durante una amplia gama de condiciones de carga dinámica [27].

Algunos ejemplos de actuadores para control semi-activo son los amortiguadores de fluido de orificio variable, dispositivos de fricción controlable, dispositivos de rigidez variable, amortiguadores de líquido controlables y amortiguadores de fluido controlables. En búsqueda de nuevos actuadores, en la referencia [28] se propone optimizar y validar un nuevo amortiguador de masa sintonizado semi-activo (STMD) bajo excitación armónica. Los actuadores se forman reemplazando el amortiguador viscoso en el TMD con un amortiguador controlable.

La mayoría de las estrategias de control semi-activo dependen del tipo de actuador, debido a que muchos de ellos poseen un comportamiento no lineal. Sin embargo, para el amortiguador magnetoreológico se han propuesto varias combinaciones de estrategias tradicionales para su control, como PID adaptables [29], basado en estrategias de control deslizantes. De manera similar, en la referencia [30] se presentan una estrategias de control activo basado en la optimización por enjambre de partículas de un controlador \mathcal{H}_∞ y una regla de control fuzzy, basado en el tradicional PID [30]. Asimismo, algoritmos adaptables basados en una ley de fuzzy adaptable [31] y modos deslizantes adaptables [32]. En consecuencia, el modelado, la identificación y creación de algoritmos de control se hace un objeto de estudio en este trabajo.

1.3. Objetivos de la tesis

El objetivo general de esta tesis es desarrollar un sistema de control semi-activo de vibraciones en estructuras civiles tipo edificios, a través de la aplicación de diferentes técnicas de control.

Para conseguir esta finalidad, los objetivos específicos son:

- Minimizar las vibraciones en estructuras tipo edificios, para mantener su integridad estructural por medio de diferentes técnicas de control.
- Calibrar y poner en marcha el equipo experimental para validar la teoría desarrollada a través de pruebas en laboratorio, mediante el prototipo de edificio de 2 niveles a escala reducida.
- Proponer métodos de sintonización con las frecuencias naturales de la estructura para la selección de ganancias de un controlador PD.
- Implementar el sistema de control mediante la acción de un amortiguador semi-activo para mitigar las vibraciones a pesar de perturbaciones producidas en el modelo a escala.
- Comparar diferentes estrategias de control lineal y no lineal, empleando los enfoques activos y semi-activos para la mitigación de desplazamiento.
- Desarrollar un esquema de control por rechazo activo de perturbaciones.

1.4. Metodología

El presente trabajo combina los conceptos y resultados de control de vibraciones en edificios ante eventos sísmicos. Por lo tanto, primeramente, se estudia el comportamiento de estructuras civiles y sistemas mecánicos. De hecho, se inicia con el modelado de un edificio a esfuerzo cortante. Luego, se realiza el estudio de diferentes tipos de disipadores de energía implementados en supresión de vibraciones y a partir de estos una selección de las mejores estrategias. A pesar de los riesgos de estabilidad del sistema se implementan leyes robustas de control activo a través de un amortiguador de masa activa debido a su efectividad en el nivel de atenuación. Por último, se estudia el comportamiento del amortiguador magnetoreológico, sistemas de identificación no lineales y técnicas de control semi-activo debido a sus ventajas de estabilidad y el buen rendimiento en control de vibraciones.

1.5. Estructura de la tesina

El resto del documento está organizado de la siguiente manera: El capítulo 2 describe el modelo matemático de la estructura tipo edificio. En el capítulo 3 se presentan diferentes técnicas de control, las cuales han sido simuladas e implementadas para una estructura equipada con un AMD. El diseño clásico de un proporcional-derivativo (PD) se presenta en la sección 3.1. Asimismo, un controlador robusto es descrito en 3.2. La última estrategia de control activo se realiza a través de una descomposición modal para sintonizar un PD y se detalla en la Sección 3.3. Por otro lado, el capítulo 4 muestra nociones del control semi-activo, una introducción del amortiguador magnetoreológico, sus modelos y métodos de identificación. Finalmente, las observaciones finales se proporcionan en el capítulo 5, *Conclusiones y trabajos futuros*.

1.6. Publicaciones

Como resultado esta investigación se han publicado los siguientes trabajos:

- Andres Rodriguez-Torres, Jesus Morales-Valdez and Wen Yu *Modeling and Proportional-Derivative controller design for buildings based on vibration frequencies*, 2020 7th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 2020, pp. 575-580, doi: 10.1109/CoDIT49905.2020.9263982.
- Andres Rodriguez-Torres, Jesus Morales-Valdez and Wen Yu *Active Vibration Control for Building Structures based on \mathcal{H}_∞ Synthesis Problem*, 2020 17th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2020, pp. 1-6, doi: 10.1109/CCE50788.2020.9299118.
- Andres Rodriguez-Torres, Jesus Morales-Valdez and Wen Yu *Alternative tuning method for PD gains for active vibration control in building structures* Journal Transactions of the Institute of Measurement and Control, June 2021, pp. 1-13; doi: 10.1177/0123456789123456

Capítulo 2

Modelo matemático de un edificio

Sea la estructura lineal de múltiples grados de libertad (GDL), mostrada en la Fig. 2.1, que representa un edificio a cortante, el cual se encuentra sometido a una acción sísmica. El edificio está apoyado en suelo firme, se supone que los diafragmas del piso son rígidos en su plano pero flexibles para deformarse en la dirección vertical.

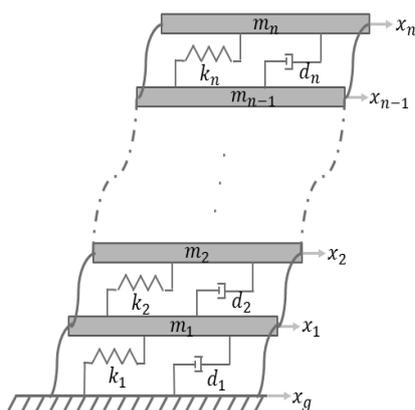


Figura 2.1: Edificio de n -pisos

Para obtener el modelo matemático, la estructura del edificio se asume como un conjunto de n masas interconectadas por resortes y amortiguadores viscosos lineales. Adicionalmente, se considera la formulación de Lagrange que incluye funciones de disipación de energía definida a continuación

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_i} = F_{e_i} \quad (2.1)$$

donde F_{e_i} representa las fuerzas externas ejercidas por un sismo, la función escalar L se llama lagrangiano, conformado por la diferencia entre la energía cinética T y la energía potencial U del sistema; x_i $i = 1, 2, \dots, n$ son las coordenadas generalizadas; R es una función de disipación de Rayleigh que representa la fuerza absorbida por el amortiguamiento de la estructura [33]. Estas funciones se definen como se muestra en las Ec. (2.2), (2.3) y (2.4),

respectivamente

$$T = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n \dot{x}_n^2}{2} \quad (2.2)$$

$$U = -\frac{k_1}{2} [x_1]^2 - \frac{k_2}{2} [x_2 - x_1]^2 - \dots - \frac{k_n}{2} [x_n - x_{n-1}]^2 \quad (2.3)$$

$$R = \frac{d_1}{2} [\dot{x}_1]^2 + \frac{d_2}{2} [\dot{x}_2 - \dot{x}_1]^2 + \dots + \frac{d_n}{2} [\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}]^2 \quad (2.4)$$

Por lo tanto, las derivadas de Lagrange para la primera coordenada generalizada x_1 se pueden expresar como:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial L}{\partial x_1} = -[-k_2(x_2 - x_1) + k_1(x_1)] \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_1} = d_1(\dot{x}_1) + d_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (2.7)$$

de maneras similar, las ecuaciones para x_2 :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} = m_2 \dot{x}_2 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial L}{\partial x_2} = -[-k_3(x_3 - x_2) + k_2(x_2 - x_1)] \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_2} = d_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + d_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \quad (2.10)$$

Repetiendo el mismo procedimiento, se obtienen las derivadas para cada piso hasta el último de ellos x_n ,

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_n} = m_n \dot{x}_n \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial L}{\partial x_n} = -k_n(x_n - x_{n-1}) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_n} = d_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) \quad (2.13)$$

Sustituyendo las Ec. (2.5) - (2.13) en la ecuación dinámica de Lagrange (2.1) y resolviendo la derivada con respecto al tiempo, se obtiene un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias,

$$m_1 \ddot{x}_1 + d_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2(x_1 - x_2) + d_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_{e_1} \quad (2.14)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - d_2 \dot{x}_1 + (d_2 + d_3) \dot{x}_2 - d_3 \dot{x}_3 - k_2 x_1 + (k_2 + k_3) x_2 - k_3 x_3 = F_{e_2} \quad (2.15)$$

⋮

$$m_n \ddot{x}_n + k_n(x_n - x_{n-1}) + d_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) = F_{e_n} \quad (2.16)$$

donde F_{e_i} para este caso representa la actividad sísmica que afecta a cada piso y puede ser descrita como

$$F_{e_i} = -m_i \ddot{x}_g(t) \quad (2.17)$$

donde \ddot{x}_g es la aceleración del suelo. Reordenando las Ec. de (2.14) a (2.16), el sistema se puede escribir en forma matricial a continuación

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{M}\mathbf{l}\ddot{x}_g(t) \quad (2.18)$$

con

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= [\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) &= [\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_2(t), \dots, \ddot{x}_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \\ \mathbf{l} &= [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \end{aligned}$$

donde $\mathbf{x}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$, $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ son el vector de desplazamientos, velocidades y aceleraciones relativas con respecto a la posición inicial; el vector \mathbf{l} permite distribuir la señal escalar \ddot{x}_g en cada piso. Además, \mathbf{M} , \mathbf{D} , y $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son respectivamente la matriz de masa, amortiguamiento y rigidez, definidas como

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \text{diag} [m_1, m_2, m_3, \dots, m_n] > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n} \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} d_1 + d_2 & -d_2 & \dots & 0 & 0 \\ -d_2 & d_2 + d_3 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & d_{n-1} + d_n & -d_n \\ 0 & 0 & \dots & -d_n & d_n \end{bmatrix} \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & 0 & \dots & -k_n & k_n \end{bmatrix} > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n} \end{aligned}$$

donde m_i , d_i , y k_i con $i = 1, 2, \dots, n$, son la i -ésima masa, rigidez y amortiguamiento de entre-pisos, respectivamente, las cuales definen características físicas de la estructura del edificio.

Definiendo las variables de estado $\mathbf{z}(t) = [\mathbf{z}_1(t), \mathbf{z}_2(t)]^T = [\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)]^T$, el sistema (2.18) se puede escribir en la forma de espacio de estado

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{l} \end{bmatrix} \ddot{x}_g(t) \quad (2.19)$$

$$\mathbf{y} = [\mathbf{I}_{n \times n} \ \mathbf{0}_{n \times n}] \mathbf{z}(t) \quad (2.20)$$

donde \mathbf{y} son las salidas del sistema, que representan el desplazamiento de cada piso. De esta manera se puede obtener la respuesta del sistema en lazo abierto ante la presencia de perturbaciones sísmicas. Adicionalmente, los valores propios de la matriz A siempre son polos complejos conjugados [34], por lo tanto, los polos se pueden expresar en función de las frecuencias naturales y los factores de amortiguamiento

$$s_{2j-1,2j} = -\omega_{n_j}\xi_j \pm i \omega_{n_j}\sqrt{1 - \xi_j^2} \quad (2.21)$$

donde $j \in \{1, \dots, n\}$ de tal manera que cada par de polos permite obtener la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento. Por lo tanto, a partir de (2.21) es fácil ver que la estabilidad se puede mejorar aumentando las frecuencias de vibración.

Capítulo 3

Control activo de vibraciones

El amortiguador de masa activa (AMD por sus siglas en inglés) es el actuador más popular para la reducción de la respuesta estructural de edificios altos debido a su alto desempeño para controlar las vibraciones inducidas por el viento. Este actuador es particularmente atractivo donde se requieren niveles de rendimiento más altos. Por lo tanto, en este trabajo de tesina, se hace uso de este tipo de actuadores AMD para investigar su versatilidad como elemento atenuador de movimiento ante perturbaciones sísmicas. Para ilustrar la metodología, la estructura del edificio ahora está equipada con un AMD en el techo, como se muestra en la Fig. 3.1.

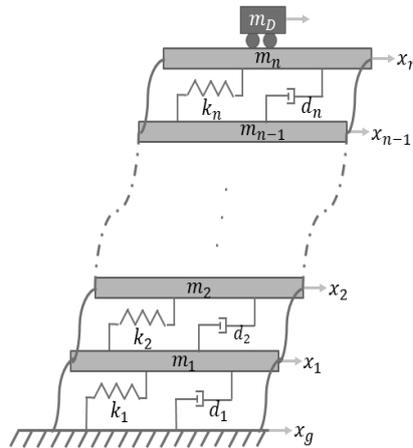


Figura 3.1: Edificio con actuador AMD localizado en el último piso

Por consiguiente, para incorporar la dinámica del actuador AMD se agrega un término adicional al modelo lineal. La Ec. (2.18) con acción de control ahora se representa

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{l}\ddot{x}_g(t) + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{u} - \varrho)(t) \quad (3.1)$$

donde $\mathbf{u}(t) = [u_1, u_2, \dots, u_n] \in \mathbb{R}^n$ representan las acciones de control aplicadas a los actuadores; $\varrho(t) = [\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_n] \in \mathbb{R}^n$ reproducen las fuerzas de fricción en los actuadores, y $\mathbf{\Gamma}$ es la matriz de ubicación de los amortiguadores, definida de la siguiente manera

$$\Gamma_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j = r \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}$$

donde $r \subseteq \{1, \dots, n\}$ indica los pisos en los que están instalados los AMDs. Se pueden configurar varias combinaciones según la cantidad de AMDs instalados en el edificio. Finalmente, la fuerza aplicada por los actuadores AMD se calcula mediante

$$\mathbf{F}_D(t) = m_i(\ddot{x}_i(t) + \ddot{x}_{D_i}(t)) = \mathbf{u}(t) - \varrho(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

donde $\ddot{x}_{D_i}(t)$ es la aceleración de la masa del amortiguador. Por otro lado, considerando que las fuerzas de fricción en los actuadores AMD son pequeñas, pueden considerarse despreciables $\varrho = 0$. El objetivo consiste en encontrar la mejor estrategia de control u para contrarrestar las perturbaciones que actúan en el sistema y en consecuencia evitar daño estructural.

En las siguientes secciones se presentan 3 estrategias para el control activo de vibraciones: el controlador PD convencional, un regulador robusto basado en el problema síntesis de \mathcal{H}_∞ y una sintonización alternativa de las ganancias del controlador PD basado en descomposición modal.

3.1. PD convencional

En esta sección se presenta el desarrollo de un controlador proporcional-derivativo convencional. Por lo tanto, el sistema (3.1) sísmicamente excitado se puede estabilizar introduciendo el siguiente controlador PD:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{K}_P[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d(t)] - \mathbf{K}_D[\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}_d(t)] \\ &= -\mathbf{K}_P[\mathbf{x}(t)] - \mathbf{K}_D[\dot{\mathbf{x}}(t)] \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde $\mathbf{x}_d = \mathbf{0}$ y $\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{0}$ son la posiciones y la velocidades deseadas, es decir, se desea que el movimiento sea nulo. El controlador PD se introduce en el sistema de lazo cerrado a través de las matrices \mathbf{K} y \mathbf{D} , que dependen del desplazamiento y la velocidad, respectivamente.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{D} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_D)\dot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{K} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_P)\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{l}\ddot{x}_g(t) \quad (3.4)$$

por simplicidad $(\mathbf{D} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_D)$ y $(\mathbf{K} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_P)$ se renombran como \mathbf{D}_{CL} y \mathbf{K}_{CL} , respectivamente, donde el subíndice CL se refiere a sistema en lazo cerrado. Por ejemplo, para $n = 2$ y un solo actuador en el techo obtenemos:

$$\mathbf{D}_{CL} = \begin{bmatrix} d_1 + d_2 & -d_2 \\ -d_2 & d_1 + k_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{CL} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_p \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Por lo tanto, el sistema controlado en lazo cerrado se puede expresar en la siguiente forma de espacio de estados

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_{CL_1}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_1\ddot{x}_g(t) \quad (3.6)$$

con

$$\mathbf{A}_{CL_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_{CL} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}_{CL} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

donde \mathbf{A}_{CL_1} representa la matriz de estados en un sistema de lazo cerrado.

Teorema 1. *Sea \mathbf{A}_{CL_1} la matriz de estado que contiene la nueva ubicación de los polos del sistema controlado en lazo cerrado (3.6). Las ganancias del controlador PD se puede diseñar aumentando la relación de amortiguamiento y las frecuencias de vibración, que producen*

una nueva asignación de los polos hacia el eje real negativo del plano complejo, mejorando el rendimiento del sistema.

$$\omega_{d_i} = \alpha \omega_{n_i}, \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (3.8)$$

$$\xi_{d_i} = \xi_d, \quad \text{con } \xi_d > 0 \quad (3.9)$$

donde ω_{n_i} , ω_{d_i} son las frecuencias de vibración natural y deseada, respectivamente, mientras que ξ_{d_i} representan el coeficiente de amortiguamiento, seleccionado como $\xi_d = 1$ para obtener una respuesta crítica del sistema; $\alpha > 1$ es una constante que aumenta las frecuencias de vibración y mueve los polos a una posición más negativa ($\omega_{d_i} \geq \omega_{n_i}$).

Demostración. De acuerdo con los autores en [35, 36] (sección 6.1, páginas 138-143), el polinomio característico deseado se puede definir como una combinación lineal de funciones de transferencia de segundo orden, lo cual, permite reubicar los polos en el sistema de lazo cerrado. Esto impone unas frecuencias naturales deseadas más altas que el ancho de banda del sistema y el polinomio se puede expresar como

$$\prod_{i=1}^n (s^2 + 2\xi_d \omega_{d_i} s + \omega_{d_i}^2) \quad (3.10)$$

Teniendo en cuenta que $\omega_{n_i} < \omega_{d_i}$ entonces

$$\mathbf{Re}(-\lambda)_{CL} \text{ de } A_{cl} < \mathbf{Re}(-\lambda)_{OL} \text{ de } A \quad (3.11)$$

donde el subíndice (*OL*) se refiere al sistema en lazo abierto. Para probar la afirmación, considere la función de transferencia en el sistema de lazo abierto y cerrado por cada grado de libertad, es decir, en cada piso:

$$\underbrace{s^2}_{a_{CL}} + \underbrace{2\xi_d \omega_{d_i} s}_{b_{CL}} + \underbrace{\omega_{d_i}^2}_{c_{CL}} < \underbrace{s^2}_{a_{OL}} + \underbrace{2\xi \omega_{n_i} s}_{b_{OL}} + \underbrace{\omega_{n_i}^2}_{c_{OL}} \quad (3.12)$$

En la Ec. (3.9) se define un factor de amortiguamiento positivo, luego se calculan las raíces del polinomio deseado en lazo cerrado (3.10) resolviendo la fórmula cuadrática general ($\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$), donde la parte real en términos de ξ_d y ω_{d_i} es:

$$-b_{CL} = \xi_d \omega_{d_i} \Rightarrow \omega_{n_i} < \omega_{d_i} = \alpha \omega_{n_i} \quad (3.13)$$

Por lo tanto, una ω_{d_i} más grande mueve la abscisa espectral hacia a la izquierda del semiplano real complejo. \square

Por otro lado, el conjunto del valor de la constante α está determinado por el criterio de Bilharz y el teorema de Kharitonov propuesto en [37] ($\alpha \in (0, \infty)$). Esta constante afecta la estabilidad en lazo cerrado, en el sentido de que si es negativa o algunos números entre 0 y 1, los polos del sistema pueden estar en el semiplano derecho (*cf.* Ec. (3.13), (3.8)). Sin embargo, en este trabajo se selecciona el conjunto de valores de $\alpha \subseteq (1, \infty)$ para aumentar ω_{n_i} . Según Zhang, en la misma referencia [37], la condición de estabilidad asintótica se satisface si la matriz \mathbf{D} y \mathbf{K} son simétricas y M es definida positiva, entonces:

$$k_d > -\lambda_{max}(\mathbf{D})$$

$$k_p > -\lambda_{max}(\mathbf{K})$$

donde $\lambda_{max}(\cdot)$ es el valor propio máximo de la matriz sin ningún límite superior. En consecuencia, el conjunto de valores de k_p y k_d se puede definir como

$$\begin{aligned} k_d &\in (-\lambda_{max}(D), \infty) \\ k_p &\in (-\lambda_{max}(K), \infty) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Dado que el controlador PD nos permite reubicar los polos sin un límite superior, podemos obtener las ganancias proporcionales y derivativas k_p y k_d , respectivamente, a partir del polinomio característico $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CL})$. Por ejemplo, para los casos $n = 2$ y $n = 3$

$$\begin{aligned} \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CL}) &= s^4 + \frac{d_1 m_2 + d_2(m_1 + m_2) + k_D m_1}{m_1 m_2} s^3 \\ &+ \frac{d_1 d_2 + k_D(d_1 + d_2) + k_1 m_2 + k_2 m_1 + k_2 m_2 + k_P m_1}{m_1 m_2} s^2 \\ &+ \frac{d_1 k_2 + d_2 k_1 + k_P(d_1 + d_2) + k_D(k_1 + k_2)}{m_1 m_2} s \\ &+ \frac{k_1 k_2 + k_P(k_1 + k_2)}{m_1 m_2} \\ &= s^4 + c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

$n = 3$

$$\begin{aligned} \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CL}) &= s^6 + \frac{d_1 m_2 m_3 + d_2(m_1 m_3 + m_2 m_3)}{m_1 m_2 m_3} \dots \\ &\frac{d_3(m_1 m_2 + m_1 m_3) + k_d m_1 m_2}{m_1 m_2 m_3} s^5 + *s^4 + *s^3 \\ &+ *s^2 + *s + \frac{k_1 k_2 k_3 + (k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3) k_p}{m_1 m_2 m_3} \\ &= s^6 + c_5 s^5 + c_4 s^4 + c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0 \end{aligned}$$

obteniendo dos polinomios del mismo grado ($2n$), donde es evidente que uno de las términos solo depende de k_p y otro solo de k_d ¹. Por consiguiente, por medio de la igualación de estas expresiones, la ganancia k_p se calcula a partir del término a_0

$$k_p = \frac{\alpha^{2n} \prod_{i=1}^n m_i \omega_{n_i}^2 - \prod_{i=1}^n k_i}{\left(\sum_{i=1}^n \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_j \right)} \quad (3.16)$$

mientras que k_d a partir de a_{n-1}

$$k_d = \frac{\prod_{i=1}^n \left(2\xi_d \alpha \sum_{i=1}^n \omega_{n_i} \right) - d_1 \prod_{i=2}^n m_i + \sum_{i=2}^n \left[d_i \sum_{j=1}^2 \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j+i-2}}^{n-1} m_k \right]}{\prod_{i=1}^{n-1} m_i} \quad (3.17)$$

Para evaluar el desempeño del controlador PD para control de vibraciones, se lleva a cabo una simulación de un modelo de edificio de dos pisos. Los parámetros corresponden a

¹* representa un valor no escrito

un prototipo de edificio ubicado en el Departamento de Automatización del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN). Esta plataforma tiene las masas de los pisos en $[kg]$: $m_1 = 3.17$ y $m_2 = 4.609$, las estimaciones de elasticidad en $[N/m]$: $k_1 = 9199.834$ y $k_2 = 7531.628$ y las aproximaciones de las constantes de amortiguamiento en $[Ns/m]$: $d_1 = 7.388$ y $d_2 = 6.834$. Los resultados de la simulación se realizaron mediante Simulink $\text{\textcircled{R}}$ de MatLab 2019b y el tiempo de muestreo utilizado se fijó en 1 ms.

La Fig. 3.2 muestra los desplazamientos x_1 (- -) y x_2 (· ·) obtenidos después de aplicar una onda sinusoidal como señal de excitación (\ddot{x}_g) con amplitud 1 cm/s^2 y frecuencia 8 Hz; con los valores antes mencionados m_1 , m_2 , k_1 , k_2 , d_1 y d_2 sustituidos en el sistema (2.19) para $n = 2$.

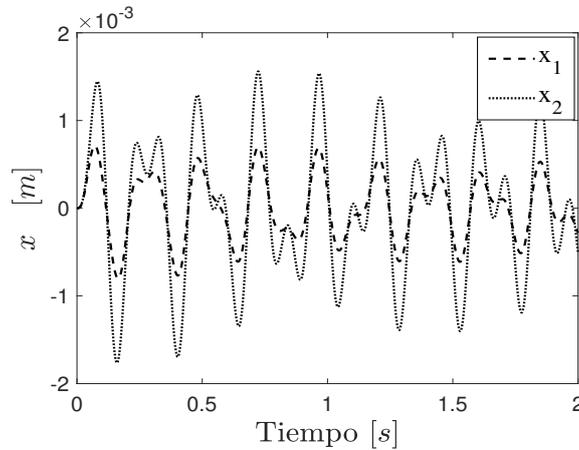


Figura 3.2: Respuesta del edificio en lazo abierto con excitación sinusoidal

A través de la Fig. 3.2 y los valores propios de la matriz A en la tabla 3.1 podemos ver la estabilidad del sistema ($Re(\lambda) < 0$). A partir de las raíces, las frecuencias naturales y el factor de amortiguamiento se calcularon utilizando la ecuación (2.21)

Tabla 3.1: Polos, frecuencias naturales y amortiguamiento de la estructura

Piso	Polos	ω_n (rad/s)	ξ
1	$-2.6585 \pm 78.3114i$	78.35	0.03
2	$-0.3261 \pm 27.7905i$	27.79	0.01

Teniendo en cuenta estos parámetros de la tabla 3.1, se diseñó el controlador PD convencional. Primero, ξ_i se incrementa para obtener una respuesta críticamente estable y ω_{n_i} a un 10% más alta. Luego, se calculan las ganancias: $k_p = 1924.4$ y $k_d = 510.57$ de acuerdo con la metodología propuesta en las Ec. (3.16) y (3.17), respectivamente. La Fig. 3.3 ilustra la respuesta del edificio en presencia del controlador PD y la excitación sinusoidal.

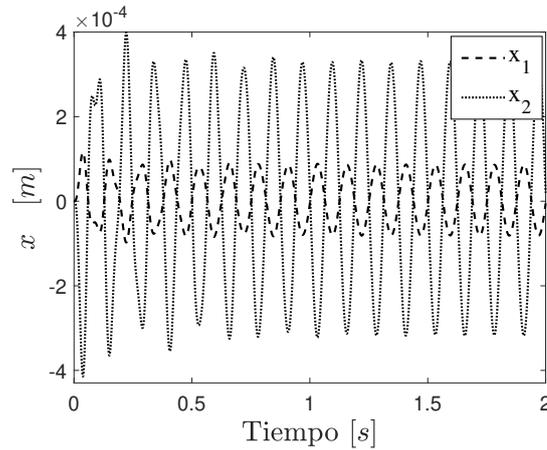


Figura 3.3: Respuesta del sistema con controlador para excitación sinusoidal

Al comparar la respuesta del sistema en las Fig. 3.2 y 3.3, se puede ver que los desplazamientos se redujeron considerablemente bajo la acción del controlador, los cuales pasaron del orden 10^{-3} a 10^{-4} .

Por otro lado, para evaluar el desempeño del controlador PD propuesto también se emplea como señal de excitación la componente Norte-Sur del sismo de 1985 registrado por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), en la Ciudad de México. Además, considerando el prototipo de escala reducida, la señal de excitación también es escalada para que coincida con la estructura.

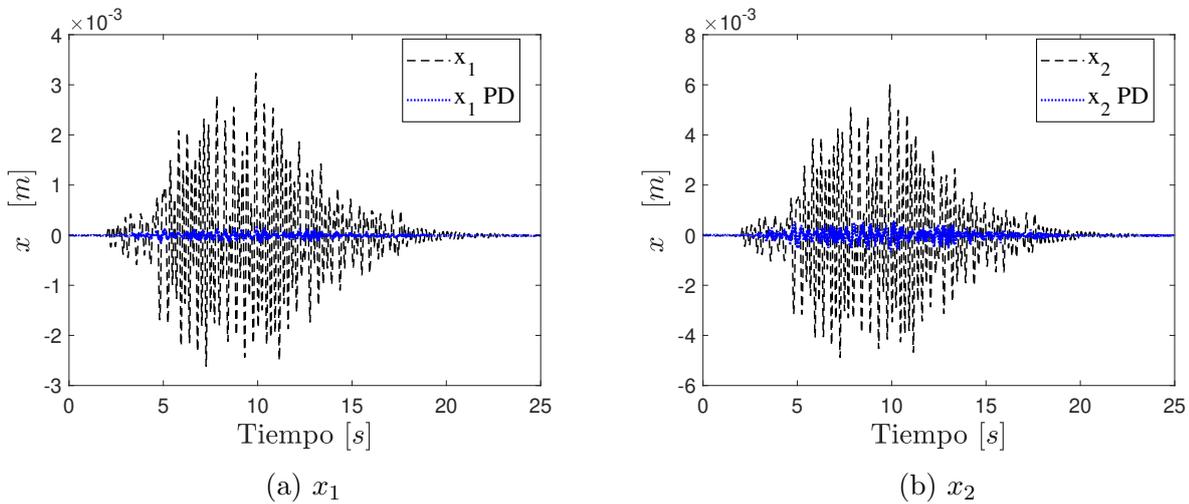


Figura 3.4: Comparación de la respuesta sin control y controlada del edificio de 2 niveles bajo el sismo de México 1985

A partir de los resultados de la Fig. 3.4, se observa que el controlador PD propuesto tiene un desempeño favorable para el control de vibraciones, reduce los desplazamientos de cada piso significativamente (2 órdenes de magnitud) con un señal de control razonable (ver Fig. 3.5), que puede ser realizada por el AMD.

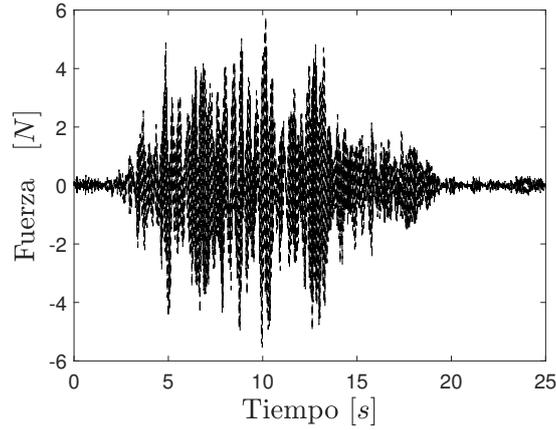


Figura 3.5: Fuerza requerida para controlar por medio del PD convencional

Sin embargo, es importante señalar que bajo este enfoque existen las siguientes limitaciones:

- Las ganancias de PD en el modelo (3.16) y (3.17) requieren conocer previamente los parámetros m_i , d_i y k_i , $i = 1, 2, \dots, n$, que en la mayoría de los casos no están disponibles y se estiman mediante un sistema de identificación.
- La estructura de las ganancias \mathbf{K}_P y \mathbf{K}_D crece exponencialmente según el número de pisos del edificio, lo que complica el diseño de multiniveles.
- Dado que la sintonización de las ganancias se obtiene a partir de la ubicación deseada de los polos, para obtener un mejor rendimiento es necesario ajustar las ganancias con frecuencia y rehacer todos los cálculos, lo que no es útil para fines prácticos.

3.2. Controlador robusto

Esta sección presenta el desarrollo de un controlador \mathcal{H}_∞ con el propósito de reducir los desplazamientos estructurales. Sea el modelo de estructura de edificio equipado con AMD en el techo descrito anteriormente en (3.1)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{l}\ddot{x}_g(t) + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{u} - \varrho)(t)$$

donde los efectos del actuador se reflejarán en el estado asociado con el piso n . En consecuencia la Ec. (3.1) se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\ddot{x}_g(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde \mathbf{A} , \mathbf{B}_1 , son definidos en la Ec. (2.19), \mathbf{B}_2 y \mathbf{C}_2 se redefinen como

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_2 &= [\{0 \cdots 0 \ 1\}_{1 \times n} \ \mathbf{0}_{1 \times n}] \\ \mathbf{B}_2 &= [\{0 \cdots 0 \ 1/m_n\}_{1 \times 2n}]^T \end{aligned} \quad (3.19)$$

con el fin de tener un sistema única entrada y única salida de acuerdo a el único actuador representado en la Fig. 3.1 y el desplazamiento del último piso del edificio. El sistema lineal

puede estabilizarse mediante la síntesis del controlador \mathcal{H}_∞ como un rechazo de perturbaciones, ver Fig. 3.6. Recordando El objetivo es lograr $\mathbf{x}(t) = 0$.

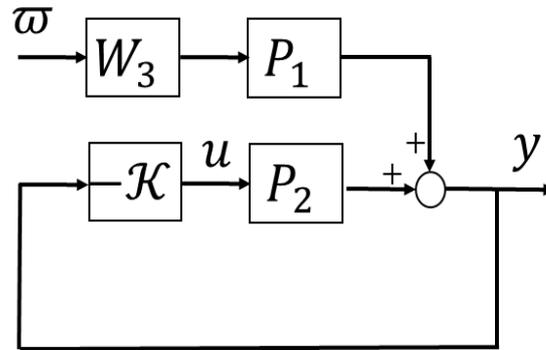


Figura 3.6: Síntesis del controlador \mathcal{H}_∞

donde ϖ es una perturbación, P_1 es la función de transferencia entre la perturbación filtrada y la salida y , P_2 es la planta entre la señal de control u y la salida y calculadas a partir de (3.18), \mathcal{K} es el controlador a diseñar y W_3 representan la función de ponderación de las perturbaciones, en este caso, la actividad sísmica ($\varpi = \ddot{x}_g$), dichas funciones son diseñadas en las secciones 3.2.2 y 3.2.1 respectivamente. Por otro lado, P_2 para que el problema de síntesis \mathcal{H}_∞ tenga solución es necesario satisfacer las 2 condiciones siguientes: $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ debe ser estabilizable y $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$ debe ser detectable.

3.2.1. Diseño de función de ponderación

Para el diseño de la función de ponderación se utiliza nuevamente la componente Norte-Sur del sismo de México de 1985, cuyo espectro de frecuencias se compara con los resultados reportados en [7]. La función de ponderación se selecciona para que coincida con el ancho de banda de los datos crudos del registro sísmico, con el fin de cancelarlo en las frecuencias con más energía, debido a que el ancho de banda es capaz de producir grandes desplazamientos en el edificio. En este contexto, la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) permite identificar el espectro de frecuencias a suprimir con esta función de ponderación, por lo general, se encuentra en bajas frecuencias. Por lo tanto, para superar estos problemas, se propone un filtro de pasa bajas (3.20) relacionado con el ancho de banda de la perturbación. Además, se mejora el rendimiento del filtro aumentando el orden de su denominador, por ejemplo, en este caso se selecciona de tercer orden.

$$W_3 = \frac{1}{(\tau s + 1)^3} \quad (3.20)$$

donde $\tau = 0.05$ para coincidir con el espectro de frecuencia, como se muestra en la Fig. 3.7

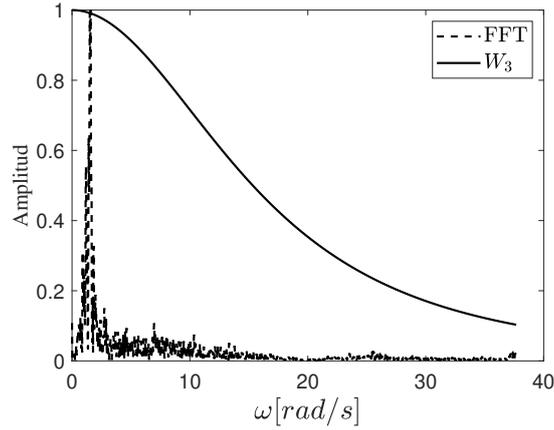


Figura 3.7: Espectro en frecuencia del registro sísmico del 85 frente a la función ponderación W_3

3.2.2. Diseño del controlador

El objetivo de la estrategia \mathcal{H}_∞ es encontrar un controlador \mathcal{K} que establezca internamente el sistema dinámico y que minimice $\|W_3U\|_\infty$, donde U es la función de transferencia que asigna la perturbación a la salida ($\varpi \mapsto y$) (ver Fig. 3.6),

$$U = \frac{P_1}{1 + P_2\mathcal{K}} \quad (3.21)$$

El controlador es diseñado con base al método de rendimiento [38], que se puede resumir a continuación

Entradas: P_2, W_3

1. Realizar una factorización coprima de P_2 . Encontrar cuatro funciones de transferencia en \mathcal{S}^2 tales que:

$$P_2 = \frac{N}{M}, \quad NX + MY = 1 \quad (3.22)$$

2. Encontrar una función estable Q_{im} tal que:

$$\|W_3N(Y - NQ_{im})\|_\infty < 1. \quad (3.23)$$

mediante el uso de la solución del problema de igualdad de modelos (model-matching) $\|T_1 - T_2Q_{im}\|$ con $T_1 = W_3NY$ y $T_2 = W_3N^2$.

Observación 1. U se puede expresar en términos de un conjunto de controladores parametrizados (ver el paso 5) como $U = N(Y - NQ)$.

3. Ajustar

$$J(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)^\nu} \quad (3.24)$$

² $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}(s)$ es un anillo con la familia de todas las funciones de transferencia racionales que son estables y propias

donde ν es lo suficientemente grande como para que $Q_{im}J$ sea adecuado y τ sea lo suficientemente pequeño tal que:

$$\|W_3N(Y - NQ_{im}J)\|_\infty < 1.$$

4. Asignar $Q = Q_{im}J$
5. Asignar $\mathcal{K} = (X + MQ)/(Y - NQ)$.

De esta forma, se diseña el controlador.

3.2.3. Simulación

Para la simulación del controlador se tomaron en cuenta los parámetros del prototipo de la sección anterior especificados en la tabla 3.3. De la misma manera que el controlador PD convencional los parámetros m_i , k_i y d_i con $i = 1, 2$, se reemplazan en el modelo (2.19) con condiciones iniciales nulas de desplazamientos y velocidad. La respuesta estructural del ultimo piso se obtiene luego de perturbar al edificio mediante el registro sísmico de México 1985 (ver Fig. 3.8). Es importante señalar que los errores de medición no se consideran en esta simulación.

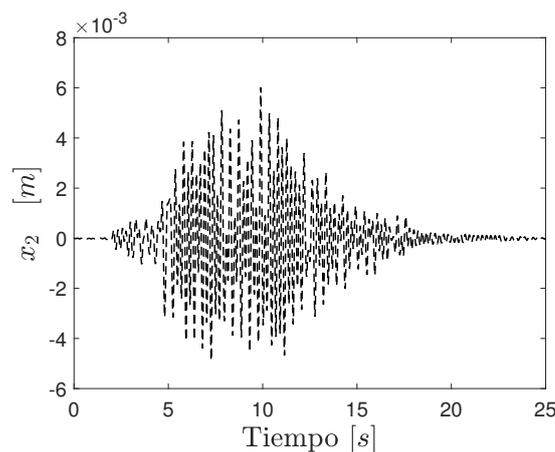


Figura 3.8: Respuesta sin control del segundo piso sujeta a la excitación del sismo de 1985

La estabilidad del sistema se analiza a través de la ubicación de los polos ($Re(\lambda) < 0$), que permite calcular la región para el control de retroalimentación por el lugar de las raíces. Los detalles se pueden encontrar en la Fig. 3.9

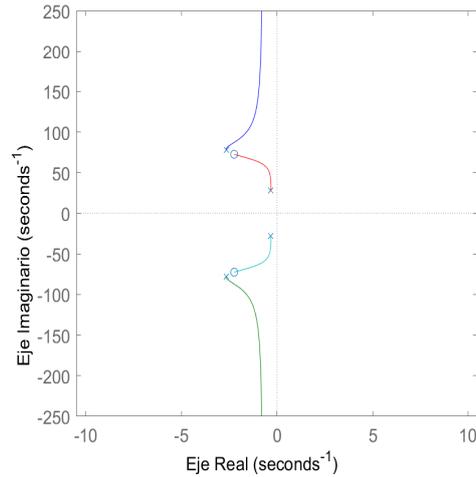
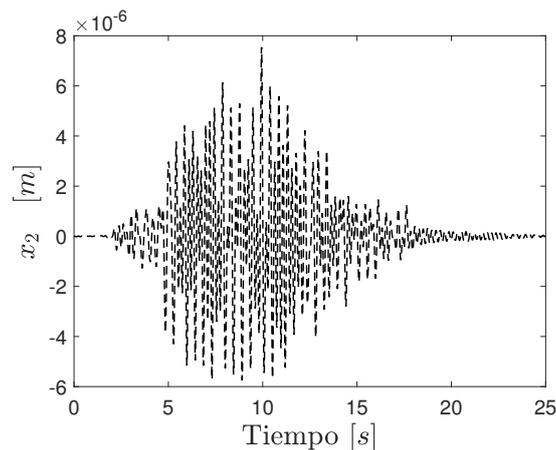


Figura 3.9: Lugar de las raíces

Siguiendo la metodología propuesta, se diseña el controlador \mathcal{H}_∞ , que produce la siguiente ganancia

$$C = \frac{1e8s^8 + 1.19e9s^7 + 1.39e12s^6 + 9.88e12s^5 + \dots}{s^8 + 2e4s^7 + 2.21e5s^6 + 2.44e8s^5 + \dots} \\ \frac{5.74e15s^4 + 1.69e16s^3 + 6.57e18s^2 + 7.69e18s + 2.25e21}{1.45e9s^4 + 8.26e11s^3 + 1.31e12s^2 + 5.01e14s + 2.04e7}$$

la respuesta del sistema que define este controlador se expone en la Fig. 3.10, mientras que la Fig. 3.8 ilustra una respuesta sin control, la comparación entre el sistema en lazo abierto y cerrado se basa en el criterio $\|W_3U\|_\infty < \gamma$, muestra que el controlador \mathcal{H}_∞ produce una disminución significativa del desplazamiento, alrededor de 90 % menos.

Figura 3.10: Respuesta controlada del segundo piso con \mathcal{H}_∞ propuesto bajo la excitación sísmica México 1985

Por otra parte, con el fin de comparar los resultados también se considera el diseño del controlador \mathcal{H}_∞ mediante la función *hinfsyn* matlab. De acuerdo con la sección III en la

referencia [39], cualquier sistema se puede representar como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\ddot{x}_g(t) + \mathbf{B}_2u(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{11}\varpi(t) + \mathbf{D}_{12}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{21}\varpi(t) + \mathbf{D}_{22}u(t)\end{aligned}\quad (3.25)$$

donde $\varpi = \ddot{x}_g$ es la perturbación y z representa la salida de error, que debe minimizarse, de hecho:

$$\min \|z\|_2 \equiv \min \|T_{z\varpi}\|_\infty = \gamma$$

con las condiciones sobre la planta, $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ debe ser estabilizable y $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$ debe ser detectable. El sistema (3.25) se puede representar como una matriz de funciones de transferencia

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varpi \\ u \end{bmatrix}$$

con (ϖ, u) como entradas, (z, y) como salidas y P la conexión entre ellos. De hecho, la función ponderada W_3 se puede introducir de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}W_3 & P_{12} \\ P_{21}W_3 & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varpi \\ u \end{bmatrix}$$

recordando que W_3 intenta cancelar la perturbación, ϖ (ver Fig.3.6). Ahora, para aplicar esta función con el ejemplo en su forma general, se consideran dos salidas a partir del modelo (2.19), por lo que C_2 se redefine como:

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por otra parte, a partir de la Ec.(3.18) las matrices A , B_1 y B_2 se definen como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5278 & 2376 & -4.486 & 2.156 \\ 1634 & -1634 & 1.483 & -1.483 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.217 \end{bmatrix}$$

mientras que $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2$ porque el sistema usa el mismo canal para expresar el efecto de la perturbación. Además, antes de usar este comando, es necesario demostrar que los supuestos de la planta son ciertos:

1. $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ controlable: $\text{rank}(\mathcal{C}) = \text{size}(\mathcal{C}) \rightarrow 4 = 4$.
2. $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$ detectable: $\text{rank}(\mathcal{O}) = \text{column size}(\mathcal{O}) \rightarrow 4 = 4$.

Por lo tanto, el controlador obtenido empleando la función *hinfsyn* de Matlab es:

a) Desde la salida y_1 a la señal de control:

$$\mathcal{K}_1(s) = \frac{-7.5068 \times 10^7 (s^2 + 124.2s + 4417)(s^2 + 58.04s + 4559)(s^2 + 4.688s + 5722)(s^2 + 5.317s + 6140)}{(s + 63.49)(s^2 + 73.24s + 4016)(s^2 + 5.317s + 6140)(s^2 + 48.78s + 1.931e04)(s^2 + 627.9s + 1.86e05)} \quad (3.26)$$

b) Desde la salida y_2 a la señal de control:

$$\mathcal{K}_2(s) = \frac{-1.8679 \times 10^7 (s^2 + 108.5s + 3395)(s^2 + 50.54s + 3102)(s^2 + 5.317s + 6140)(s^2 + 16.04s + 7530)}{(s + 63.49)(s^2 + 73.24s + 4016)(s^2 + 5.317s + 6140)(s^2 + 48.78s + 1.931e04)(s^2 + 627.9s + 1.86e05)} \quad (3.27)$$

con $\gamma = 1.7277 \times 10^{-4}$.

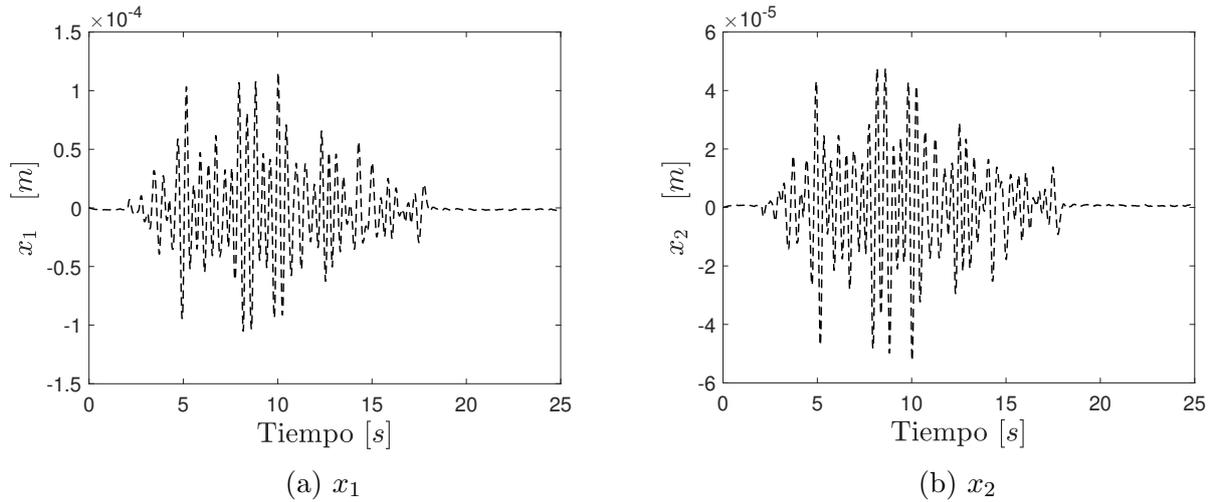


Figura 3.11: Respuesta controlada del sistema con \mathcal{H}_∞ por medio de *hinfsyn* bajo la excitación sísmica México 1985

La respuesta de cada piso se muestra en la Fig. 3.11³. La simulación demostró que el controlador reduce significativamente los desplazamientos de cada piso en 2 órdenes de magnitud. En conclusión, se observa que el controlador \mathcal{H}_∞ propuesto tiene un desempeño favorable para el control de vibraciones. Es importante señalar que las variables de control se filtraron con un filtro pasa bajas a 15 Hz, que corresponde al ancho de banda de la respuesta estructural. Esto elimina el error del sensor y el ruido de medición en los datos.

Con el fin comparar con el controlador PD convencional de la sección 3.1 se plantea una medida del rendimiento del sistema formada por la integral del error cuadrático (ISE, por sus siglas en inglés) durante un intervalo de tiempo fijo y se define como

$$ISE = \int_t^T (\eta e)^2 d\tau \quad (3.28)$$

donde η es un factor de escala y el error se define como:

$$e = x_d - x$$

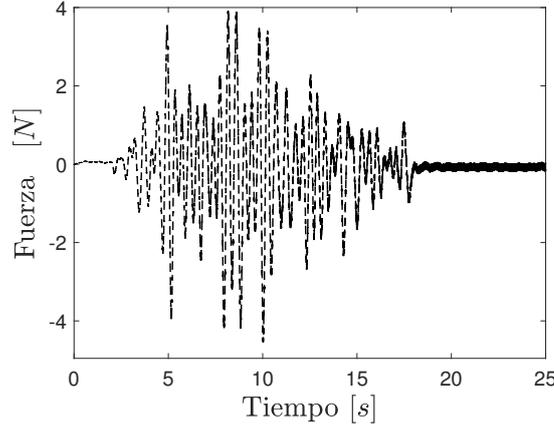
donde $x_d = 0$ es el desplazamiento deseado, por lo tanto, la ISE para el piso superior con $\eta = 1$ produce las siguientes medidas de error:

³Observe que la Fig. 3.10 corresponde a \mathcal{H}_∞ basado en la metodología Doyle, mientras que 3.11 b corresponde a la función *hinfsyn* matlab, por esta razón, los desplazamiento obtenidos son diferentes

Tabla 3.2: ISE de los controladores

Controlador	ISE
\mathcal{H}_∞	2.2591×10^{-10}
función <i>hinfsyn</i>	1.1797×10^{-09}
PD	2.6146×10^{-07}

En consecuencia, el controlador \mathcal{H}_∞ muestra un mejor rendimiento bajo este criterio.

Figura 3.12: Fuerza requerida para controlar por medio de \mathcal{H}_∞

De la Fig. 3.12 es evidente que la señal de control está por debajo de la restricción máxima de la fuerza del actuador AMD en el laboratorio de 90 N (ver Sec. 3.3.3), lo que demuestra su versatilidad para futuras aplicaciones prácticas.

3.3. PD modal

Para superar los problemas en el diseño de PD convencional diseñado previamente en la sección 3.1, se presenta un controlador PD alternativo basado en la descomposición modal, diseñado basándose únicamente en el ancho de banda del sistema.

De acuerdo al teorema de descomposición modal, el modelo (2.18) se puede representar alternativamente como un conjunto de n Ec. diferenciales lineales desacopladas, debido a la propiedad de ortogonalidad [40]. Sea el vector de desplazamiento $\mathbf{x}(t)$, expresado en coordenadas modales [41]:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(\mathbf{x})q_i(t) = \mathbf{\Phi}\mathbf{q}(t) \quad (3.29)$$

$$\mathbf{\Phi} = [\phi_{jn}] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$\mathbf{q}(t) = [q_1(t) \quad q_2(t) \quad \dots \quad q_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}$$

donde Φ es la matriz modal que contiene cada modo y $\mathbf{q}(t)$ es el vector de coordenadas modales. Sustituyendo (3.29) en (2.18), y pre-multiplicando ambos lados de la ecuación resultante por Φ^T , se obtiene

$$\begin{aligned}\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{D} \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{q}(t) &= -\Phi^T \mathbf{M} \Phi \mathbf{l} \ddot{x}_g(t) \\ \mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{D}_g \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_g \mathbf{q}(t) &= -\mathbf{M}_g \mathbf{l} \ddot{x}_g(t)\end{aligned}\quad (3.30)$$

donde $\mathbf{M}_g = \Phi^T \mathbf{M} \Phi$, $\mathbf{D}_g = \Phi^T \mathbf{D} \Phi$ y $\mathbf{K}_g = \Phi^T \mathbf{K} \Phi$, son las matrices modales de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, las cuales son matrices definidas positivas. De (3.30), obtenemos:

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{M}_g^{-1} \mathbf{D}_g \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{M}_g^{-1} \mathbf{K}_g \mathbf{q}(t) &= -\mathbf{l} \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\Xi \Omega \dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega^2 \mathbf{q}(t) &= -\mathbf{l} \ddot{x}_g(t)\end{aligned}\quad (3.31)$$

con

$$\begin{aligned}\Xi &= \text{diag}[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n] \in \mathbb{R}^{n \times n} \\ \Omega &= \text{diag}[\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n] \in \mathbb{R}^{n \times n}\end{aligned}$$

donde Ξ y Ω son respectivamente matrices diagonales de amortiguamiento y frecuencias naturales, que se pueden estimar experimentalmente a partir de mediciones de ruido ambiental.

Considerando las variables de estado $\mathbf{z}(t) = [\mathbf{z}_1(t), \mathbf{z}_2(t)]^T = [\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)]^T$, entonces el sistema (3.31) se puede escribir en la forma de espacio de estado como

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}_{\text{OL}} \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_1 \ddot{x}_g(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_1 \mathbf{z}(t)\end{aligned}\quad (3.32)$$

con

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{\text{OL}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\Omega^2 & -2\Xi \Omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = -\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_1 &= [\mathbf{I}_{n \times n} \quad \mathbf{0}_{n \times n}].\end{aligned}\quad (3.33)$$

De esta manera, se puede simular el mismo sistema (2.18) en lazo abierto dependiendo de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento (ver Ec. (3.31)). En consecuencia, el controlador expresado en coordenadas modales, resulta

3.3.1. Diseño del controlador

Sea el modelo de un edificio a cortante controlado por la acción de la estrategia PD, descrito anteriormente en la Ec. (3.4)

$$\begin{aligned}\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{x}(t) &= -\mathbf{M} \mathbf{l} \ddot{x}_g(t) + \Gamma(\mathbf{u} - \varrho)(t) \\ \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{K}_P \mathbf{x}(t) - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}}(t)\end{aligned}$$

donde \mathbf{K}_P y $\mathbf{K}_D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son las ganancias proporcionales y derivadas, respectivamente, definidas como

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_P &= \text{diag}[k_{P1}, k_{P2}, \dots, k_{Pn}] \in \mathbb{R}^{n \times n}, \\ \mathbf{K}_D &= \text{diag}[k_{D1}, k_{D2}, \dots, k_{Dn}] \in \mathbb{R}^{n \times n}\end{aligned}\quad (3.34)$$

En el contexto del análisis modal, las señales de control $\mathbf{u}(t)$ también pueden expandirse en términos de contribuciones modales. Siguiendo el procedimiento para obtener (3.31), la respuesta del edificio controlado se convierte en

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\Xi\Omega\dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega^2\mathbf{q}(t) = -\mathbf{l}\ddot{x}_g(t) - \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_P\Phi\mathbf{q}(t) - \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_D\Phi\dot{\mathbf{q}}(t) \quad (3.35)$$

reagrupando términos, el modelo (3.35) se puede reescribir como

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2(\Xi\Omega + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_D\Phi)\dot{\mathbf{q}}(t) + (\Omega^2 + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_P\Phi)\mathbf{q}(t) = -\mathbf{l}\ddot{x}_g(t) \quad (3.36)$$

ahora, suponiendo un polinomio deseado de la forma $\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\Xi_d\Omega_d\dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega_d^2\mathbf{q}(t) = -\mathbf{l}\ddot{x}_g(t)$, con matrices Ξ_d y Ω_d que representan los factores de amortiguamiento y las frecuencias naturales deseadas. Las ganancias de \mathbf{K}_D y \mathbf{K}_P son términos coincidentes calculados con (3.36) genera

$$\Gamma\mathbf{K}_P = (\Phi^T)^{-1}\mathbf{M}_g(\Omega_d^2 - \Omega^2)\Phi^{-1} \quad (3.37)$$

$$\Gamma\mathbf{K}_D = (\Phi^T)^{-1}\mathbf{M}_g2(\Xi_d\Omega_d - \Xi\Omega)\Phi^{-1} \quad (3.38)$$

Observe que, a diferencia de (3.16) y (3.17), las nuevas ganancias en PD modal (3.37) y (3.38), tiene las siguientes ventajas.

- Las ganancias del controlador no cambian independientemente del número de pisos del edificio. Este hecho representa un enfoque multiescala, que no necesita ajustar con frecuencia los parámetros de diseño, ya que las ganancias del controlador se pueden mejorar mediante un factor σ , que aumenta las frecuencias deseadas $\Omega_d = \sigma\Omega$.
- El amortiguamiento es seleccionado como matriz de identidad $\Xi_d = \mathbf{I}_{n \times n}$, es decir, el sistema controlado produce una rápida respuesta críticamente amortiguada.
- Las masas generalizadas se estiman empleando un algoritmo de identificación del sistema [42]. Sin embargo, dado que los parámetros \mathbf{K} y \mathbf{D} no son necesarios, el tiempo de cálculo se reduce.

Por otro lado, el sistema en lazo cerrado (3.36) se puede reescribir en el espacio de estados como:

$$\dot{\mathbf{z}}_*(t) = \mathbf{A}_{CL_2}\mathbf{z}_*(t) + \mathbf{B}_1\varpi \quad (3.39)$$

donde

$$\mathbf{A}_{CL_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\Omega_d^2 & -2\Xi_d\Omega_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

El análisis de estabilidad para el sistema de circuito cerrado (3.36) se presenta mediante el teorema 1. El rango de ganancias para el controlador PD modal se determina con base al criterio *Routh-Hurwitz* descrito en el Teorema 9.2 por [43]. Además, los polinomios de Kharitonov [44] se utilizan para comprobar la estabilidad de lazo cerrado basándose en σ . Por ejemplo,

$$\sigma = \begin{cases} \text{posiblemente inestable} & \text{si } \sigma < 1 \\ \text{sin control} & \text{si } \sigma = 1 \\ \text{controlado} & \text{si } \sigma > 1, \sigma \subseteq \{1, \dots, \infty\} \end{cases}$$

Por lo tanto, para encontrar el rango de valores cuando $\sigma > 1$ considere el sistema dinámico (3.36) sin perturbación

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}(t) + (2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega} + \mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_D\mathbf{\Phi})\dot{\mathbf{q}}(t) \\ + (\mathbf{\Omega}^2 + \mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_P\mathbf{\Phi})\mathbf{q}(t) = 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

aplicando la transformación de Laplace, se obtiene

$$\begin{aligned} s^2 + (2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega} + \mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_D\mathbf{\Phi})s \\ + (\mathbf{\Omega}^2 + \mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_P\mathbf{\Phi}) = 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Dado que $\mathbf{\Omega}$ y $\mathbf{\Xi}$ son matrices definidas positivas y $\mathbf{\Phi}$ normalizado no afecta sus propiedades, por lo tanto, su descomposición hermitiana solo produce parte real. Por consiguiente, definiendo

$$\begin{aligned} a_1 = V(2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega}), \quad a_0 = V(\mathbf{\Omega}^2), \\ k_d = V(\mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_D), \quad k_p = V(\mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_P). \end{aligned}$$

donde $V(\cdot)$ es el conjunto de valores tales que

$$V(\mathbf{A}) = \{\phi^T \mathbf{A} \phi \mid \|\phi\| = 1\}$$

En consecuencia, el modelo (3.42) se puede reescribir como

$$s^2 + (a_1 + k_d)s + (a_0 + k_p) = 0 \quad (3.43)$$

Denotando los valores propios máximos y mínimos ($\lambda(\cdot)$) de las matrices como

$$\begin{aligned} \underline{a}_1 = \lambda_{\min}(2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega}), \quad \bar{a}_1 = \lambda_{\max}(2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega}) \\ \underline{a}_0 = \lambda_{\min}(\mathbf{\Omega}^2), \quad \bar{a}_0 = \lambda_{\max}(\mathbf{\Omega}^2) \\ \underline{k}_p = \lambda_{\min}(\mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_P), \quad \bar{k}_p = \lambda_{\max}(\mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_P) \\ \underline{k}_d = \lambda_{\min}(\mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_D), \quad \bar{k}_d = \lambda_{\max}(\mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{K}_D) \end{aligned}$$

y la misma denotación para todos los conjuntos de valores. Además, según el teorema de Rayleigh, se satisface la desigualdad

$$\begin{aligned} \underline{a}_1 \leq a_1 \leq \bar{a}_1 \\ \underline{a}_0 \leq a_0 \leq \bar{a}_0 \\ \underline{k}_p \leq k_p \leq \bar{k}_p \\ \underline{k}_d \leq k_d \leq \bar{k}_d \end{aligned} \quad (3.44)$$

para todas las matrices. Adicionalmente, para el análisis de estabilidad el polinomio (3.43) genera la siguiente matriz

$$\mathbf{H}^A = \begin{bmatrix} a_1 + k_d & 0 \\ 1 & a_0 + k_p \end{bmatrix}$$

que de acuerdo con el criterio de Routh-Hurwitz, la matriz correspondiente \mathbf{A}_{CL_2} es *estable* si y solo si todas las menores principales H_i^A ($i = 1, 2$) son estrictamente positivas, es decir,

$$\begin{aligned} H_1^A = a_1 + k_d > 0, \\ H_2^A = \det \begin{bmatrix} a_1 + k_d & 0 \\ 1 & a_0 + k_p \end{bmatrix} = (a_0 + k_p)(a_1 + k_d) > 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Teorema 2. *El sistema (3.41) es asintóticamente estable si*

$$\begin{aligned} 2\Xi\Omega + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_D\Phi &> 0 \\ (\underline{a}_0 + \underline{k}_p)(\underline{a}_1 + \underline{k}_d) &> 0 \\ \underline{a}_0 + \underline{k}_p &> 0 \end{aligned} \quad (3.46)$$

Demostración. Los polinomios de Kharitonov para (3.43) se pueden expresar como

$$\begin{aligned} P_1(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p + j\underline{o}_0) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2 \\ P_2(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p + j\bar{o}_0) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d + j\bar{o}_1)s + s^2 \\ P_3(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p + j\underline{o}_0) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d + j\bar{o}_1)s + s^2 \\ P_4(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p + j\bar{o}_0) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2 \\ P_5(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p + j\underline{o}_0) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2 \\ P_6(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p + j\bar{o}_0) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d + j\bar{o}_1)s + s^2 \\ P_7(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p + j\underline{o}_0) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2 \\ P_8(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p + j\bar{o}_0) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2 \end{aligned}$$

Sin embargo, solo son necesarios cuatro polinomios, porque la transformación modal evita raíces conjugadas ($o_i = 0$, $i = 0, 1$), ya que se aseguran matrices definidas positivas. De tal forma que, los cuatro polinomios (ver Apéndice A) son

$$\begin{aligned} P_1(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d)s + s^2 \\ P_2(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d)s + s^2 \\ P_3(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d)s + s^2 \\ P_4(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d)s + s^2 \end{aligned}$$

En consecuencia, al sustituir la condición (3.45) en polinomios, se obtiene

$$\begin{aligned} \text{Cond}_1 : \underline{a}_1 + \underline{k}_d &> 0, \\ (\underline{a}_0 + \underline{k}_p)(\underline{a}_1 + \underline{k}_d) &> 0 \\ \text{Cond}_2 : \bar{a}_1 + \bar{k}_d &> 0, \\ (\bar{a}_0 + \bar{k}_p)(\bar{a}_1 + \bar{k}_d) &> 0 \\ \text{Cond}_3 : \underline{a}_1 + \underline{k}_d &> 0, \\ (\bar{a}_0 + \bar{k}_p)(\underline{a}_1 + \underline{k}_d) &> 0 \\ \text{Cond}_4 : \bar{a}_1 + \bar{k}_d &> 0, \\ (\underline{a}_0 + \underline{k}_p)(\bar{a}_1 + \bar{k}_d) &> 0 \end{aligned}$$

La primera condición implica

$$\text{Cond}_1 \Rightarrow \text{Cond}_4, \quad \text{Cond}_1 \Rightarrow \text{Cond}_3$$

debido a su valor propio mínimo es mayor que cero implica que su valor propio máximo sea mayor que cero de acuerdo a la desigualdad de Rayleigh (3.44). De la misma manera se puede ver que Cond_1 implica Cond_2 bajo la premisa de límites inferiores. Por lo tanto, Cond_1 es equivalente a la condición (3.46). \square

Finalmente, la estabilidad del sistema es satisfecha si las ganancias del controlador satisfacen

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_D &> -\lambda_{\min}(2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega})/\lambda_{\min}(\mathbf{M}_g^{-1}) \\ \mathbf{K}_P &> -\lambda_{\min}(\mathbf{\Omega}^2)/\lambda_{\min}(\mathbf{M}_g^{-1}) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Aunque teóricamente σ puede adquirir valores hasta el infinito, la ganancia del controlador debe limitarse de acuerdo con las restricciones físicas del actuador.

Para evaluar el rendimiento del controlador de PD propuesto, se presentan resultados experimentales y de simulación del prototipo de edificio de dos pisos. En ambos casos, los resultados obtenidos se comparan con otro esquema de control.

3.3.2. Simulación del prototipo

En esta sección, se realiza la simulación del prototipo de las secciones anteriores de dos pisos con los parámetros estructurales detallados en la tabla 3.3. A partir de ellos, se calculan las siguientes frecuencias de vibración: $f_1 = 4.42$ Hz y $f_2 = 12.46$ Hz. Teniendo en cuenta

Tabla 3.3: Parámetros estructurales

Piso	Rigidez (N/m)	Amortiguamiento(Ns/m)*	Masas (kg)
1	9199.83	7.38	3.17
2	7531.63	6.83	4.61

los parámetros anteriores, reescribimos el modelo en forma modal, produciendo

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_g &= \text{diag}[4.2959, 3.3373] \\ \mathbf{D}_g &= \text{diag}[2.3877, 15.6886] \\ \mathbf{K}_g &= \text{diag}[3317.7, 20487] \end{aligned}$$

con polos en $s_{1,2} = -0.278 \pm 27.8i$, $s_{3,4} = -2.35 \pm 78.3i$. Para validar el rendimiento del PD, la simulación se hace mediante Simulink (®) de MatLab 2019b y se lleva a cabo utilizando diferentes señales de excitación. La primera de ellas es una señal *sinusoidal*, con una frecuencia de 4.42 Hz y una amplitud de 1.5714 m/s^2 . Estos valores se seleccionan con base en la frecuencia fundamental de la estructura y la amplitud máxima entre los diferentes sismos: El Centro 1940, el de la ciudad de México 1985, y el gran sismo de Chile 1960 en Valdivia, que también se utilizan como una perturbación en la estructura del edificio. Están escalados para coincidir con el edificio, como se muestra en la Fig. 3.13.

Siguiendo la metodología de ajuste propuesta, elegimos $\mathbf{\Omega}_d = 2\mathbf{\Omega}$ para aumentar las frecuencias de vibración con $\sigma = 2$ y $\mathbf{\Xi}_d = \mathbf{I}_{2 \times 2}$ para obtener una respuesta críticamente estable. En consecuencia, se calculan las ganancias para el controlador PD: $k_{P2} = 19650$ y $k_{D2} = 623,3$. Por lo tanto, los polos se reubican en $s_{1,2} = -2.26 \pm 80.1i$, $s_3 = -18.3$ y $s_4 = -253$. Aunque el par de polos de complejo conjugado se produce porque la estructura no está equipada con AMD en todos los pisos, la ubicación de los polos se ha mejorado significativamente en el semiplano izquierdo, aumentando únicamente las frecuencias de vibración.

Adicionalmente, para comparar el rendimiento del esquema de PD modal propuesto, se considera el controlador \mathcal{H}_∞ de las Ec. (3.26) y (3.27), el cual, es diseñado por medio de la función de Matlab *hinfsyn* como una solución óptima.

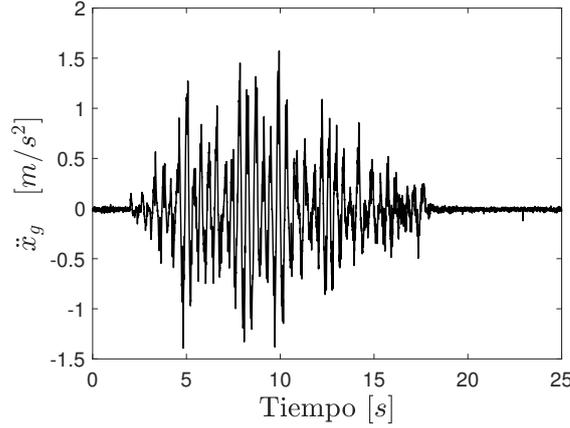


Figura 3.13: Componente norte-sur del sismo de México de 1985

Además, la metodología de ajuste propuesta por [45] se utiliza para comparar el método de sintonización del PD modal propuesto, donde las ganancias se pueden calcular como:

$$k_{p_i} = \frac{k_{d_i}^2}{2}, \quad k_{d_i} = val \quad (3.48)$$

aquí, *val* es un valor proporcionado arbitrariamente por el usuario. Los autores seleccionan estas ganancias de tal manera que la derivada de la función de Lyapunov sea definida negativa. Para este trabajo se selecciona la ganancia derivativa $k_d = 300$ y se calcula la ganancia proporcional $k_p = 45000$.

Otra estrategia utilizada para comparar nuestra metodología es a través del enfoque LQR, informado por [46]. Las fuerzas de control óptimo se determinan minimizando la siguiente función de costo:

$$J = \int_0^{t_d} [z^T(t)Qz(t) + u^T(t)Ru(t)]dt$$

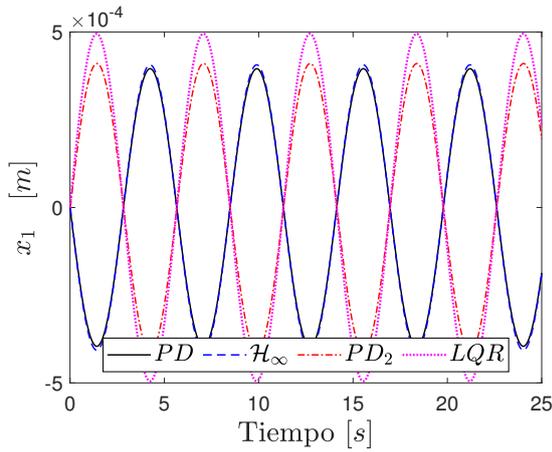
donde t_d es un tiempo deseado, $Q \geq 0$ y $R > 0$ son respectivamente la matriz simétrica de peso y el parámetro de diseño de control. De modo que, las fuerzas de control activas vienen dadas por:

$$u(t) = -Gz(t)$$

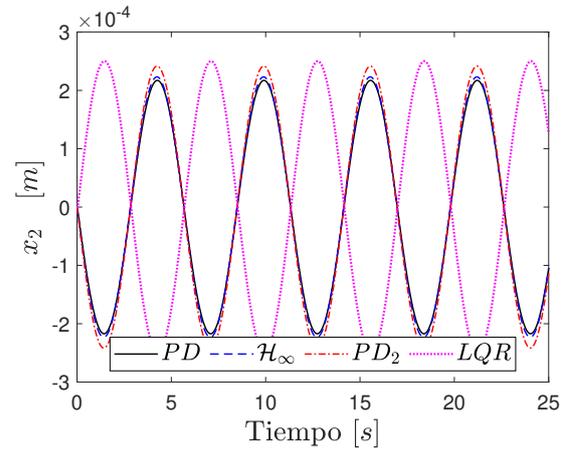
aquí, G es la solución de la ecuación de Riccati. El resultado de minimizar el criterio de desempeño J se traduce en la solución de la ecuación de Riccati. Al seleccionar $Q = \text{diag}([100, 100, 1, 1])$ y $R^{-1} = 1 \times 10^{-6}$, obtenemos

$$G = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 5.28 & -5.807 & -0.0558 & -0.1026 \end{bmatrix}$$

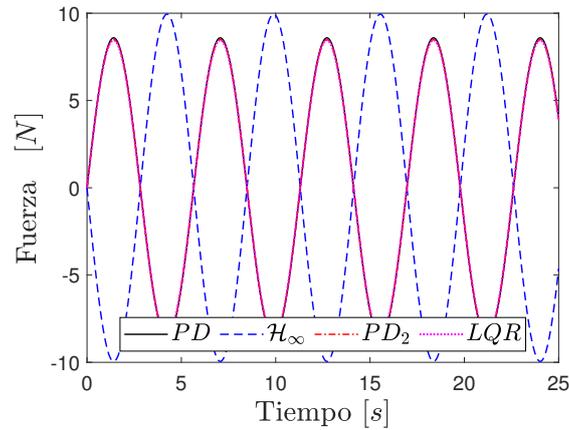
Las Fig. 3.14 representan la respuesta estructural controlada bajo excitación sinusoidal correspondiente al segundo piso y las señales de control requeridas por los controladores propuestos PD, \mathcal{H}_∞ , PD_2 y LQR. A partir de los resultados, ambos controladores PD reducen efectivamente la vibración más que los otros dos esquemas óptimos. La simplicidad en el diseño de nuestras ganancias de PD lo convierte en un algoritmo prometedor para usar en aplicaciones prácticas. Las ganancias son menores que las del controlador PD_2 . Además, a diferencia del esquema de PD propuesto, las ganancias del controlador \mathcal{H}_∞ y LQR



(a) Desplazamiento en el primer piso



(b) Desplazamiento en el segundo piso



(c) Fuerzas requeridas para controlar

Figura 3.14: Respuesta controlada de la estructura del edificio del controlador bajo excitación sinusoidal

son grandes y difíciles de implementar. Las señales de control requeridas son similares en todos los casos. Adicionalmente, verificamos la robustez con los diferentes registros sísmicos mencionados anteriormente. Los detalles sobre el nivel de atenuación alcanzado para cada controlador se muestran en la tabla 3.4, donde $Tiempo_c(s)$ y $Tiempo_s(s)$ son la media de los tiempos requeridos para calcular el controlador y la simulación, respectivamente en 5 experimentos. De ellos se concluye que la metodología PD modal propuesta mantiene una buena relación entre el diseño simple y el tiempo requerido para este cálculo.

Adicionalmente, se evalúa la robustez de las metodologías variando hasta $\pm 25\%$ de incertidumbre en los parámetros nominales presentados en la tabla 3.3. El nivel de atenuación de cada controlador con la incertidumbre del parámetro se presenta en la tabla 3.5,

Tabla 3.4: Comparación del nivel de atenuación para el edificio de dos pisos usando diferentes controladores

Sismo	Piso	PD	\mathcal{H}_∞	PD_2	LQR
Seno	x_1	72.42	81.74	71.67	69.67
	x_2	92.73	95.23	91.77	89.30
El Centro	x_1	34.71	32.95	14.17	47.15
	x_2	91.71	64.67	85.31	78.56
México 85	x_1	83.55	90.05	81.77	85.69
	x_2	97.38	96.46	96.44	93.19
Chile 60	x_1	81.64	87.79	80.96	76.25
	x_2	95.58	96.81	94.82	87.72
	Tiempo _c (s)	0.015	0.456	0.005	0.025
	Tiempo _s (s)	0.271	0.366	0.260	0.289

Tabla 3.5: Nivel de atenuación ante incertidumbre paramétrica

	piso	PD	\mathcal{H}_∞	PD_2	LQR
Nominal	x_1	83.55	90.05	81.77	85.69
	x_2	97.38	96.46	96.44	93.19
Nominal+25 %	x_1	76.03	86.39	75.69	80.73
	x_2	94.95	94.50	93.31	90.12
Nominal-25 %	x_1	83.04	—	82.17	86.97
	x_2	97.64	—	97.24	94.13

donde — en la tabla representa que \mathcal{H}_∞ se convierte en un sistema inestable. A partir de las tablas 3.5 y 3.4 podemos concluir que el enfoque de PD modal muestra un mejor desempeño frente a la incertidumbre de los parámetros que las otras metodologías. Aunque todos los controladores tienen un rendimiento similar, el enfoque PD modal propuesto muestra una mejor eficiencia computacional en el cálculo y simulación del controlador que los esquemas \mathcal{H}_∞ y LQR , debido a que la metodología solo implica una matriz y un controlador de primer orden. Al igual que el control PD_2 , el diseño propuesto requiere un tiempo de ejercicio similar. Por lo tanto, nuestra metodología de sintonización muestra robustez, eficiencia y precisión.

3.3.3. Resultados experimentales

La estructura construida de aluminio consta de dos pisos, ambos con cuartas columnas con una sección transversal rectangular con dimensiones (0.635×2.54) cm y 58 cm de separación de entre-pisos para el primer piso y 62 cm para el segundo. El edificio tiene unas dimensiones de $(32.5 \times 53 \times 120)$ cm y está adherido a una placa de aluminio. El prototipo del edificio está montado en una mesa vibradora accionada por servomotores de Quanser, modelo I-40 con dimensiones 43.2×10.2 cm, que genera las señales sísmicas durante los experimentos. La mesa vibradora es operada por QUARC, un software de control de arquitectura abierta instalado en Simulink con un paquete adicional, como VoltPAQ. Adicionalmente, se emplea un amplificador de potencia, Quanser Q2-USB, una tarjeta de adquisición de datos (DAQ) y un sistema mecánico con un servomotor brushed y un codificador óptico rotatorio de alta resolución. Esta mesa vibradora emula los sismos mencionados anteriormente en la

sección de resultados de la simulación.

Por otro lado, el prototipo está equipado con acelerómetros analógicos biaxiales modelo XL403A, con un rango de medición desde ± 1 a ± 15 g, ancho de banda que va de $(0 - 800)$ Hz, con mediciones de alta precisión. Estos permiten medir las aceleraciones en cada piso y en la base. Dado que el control PD modal propuesto requiere la medición de desplazamiento y velocidad, que no son medibles, estas se estiman a partir de los datos de aceleración aplicando el siguiente filtro

$$f(s) = \frac{100s \times 100}{(s + 100)^2} \quad (3.49)$$

que aproxima la integración numérica y evita aumentar el ruido de alta frecuencia [47]. En cuanto al AMD, se utiliza un servoactuador lineal STB-1108 de Copley Controls Corp, que está montado en el ultimo piso, esta configuración se selecciona debido a que se han reportado excelentes resultados para varios edificios reales en Japón, de acuerdo con [48]. El servo mecanismo mueve una masa de 0.45 kg, que representa el 5% de la masa total de la estructura. Además, el AMD posee salidas de sensor de posición con comunicación estándar sin-cos y está restringido a un rango de fuerza continuo de $[9 - 27]$ N, con fuerzas máximas de hasta 92 N según las especificaciones de su hoja de datos. El servo mecanismo lineal es impulsado por un servoaccionamiento digital (Accelnet Micro Panel, Copley Controls Corp). Las acciones de control se emplean a una frecuencia de muestreo de 1 kHz y la señal de control generada por el algoritmo de control se alimenta como entrada de voltaje a un amplificador. El AMD tiene una constante de fuerza de 6.26 N / Arms o 3.13 N / Vrms, con una relación lineal entre la señal de control (voltaje) y las fuerzas del amortiguador, ver Fig. 3.15. Las señales de sensores y actuadores son adquiridas por una placa electrónica de la serie RT-DAC / USB2 con múltiples canales de Inteco. La placa se utiliza para la adquisición de datos en tiempo real provenientes de los sensores de aceleración ubicados en la estructura, el actuador y la señal de control al AMD. Los programas de adquisición se operan en Windows 7 con Matlab 2011a / Simulink. La comunicación entre estas placas y Simulink se realiza mediante un compilador C. Los experimentos se realizan con una duración de 25 s con un tiempo de muestreo de 5 ms. Por otro lado, empleando los valores nominales de las propiedades de los

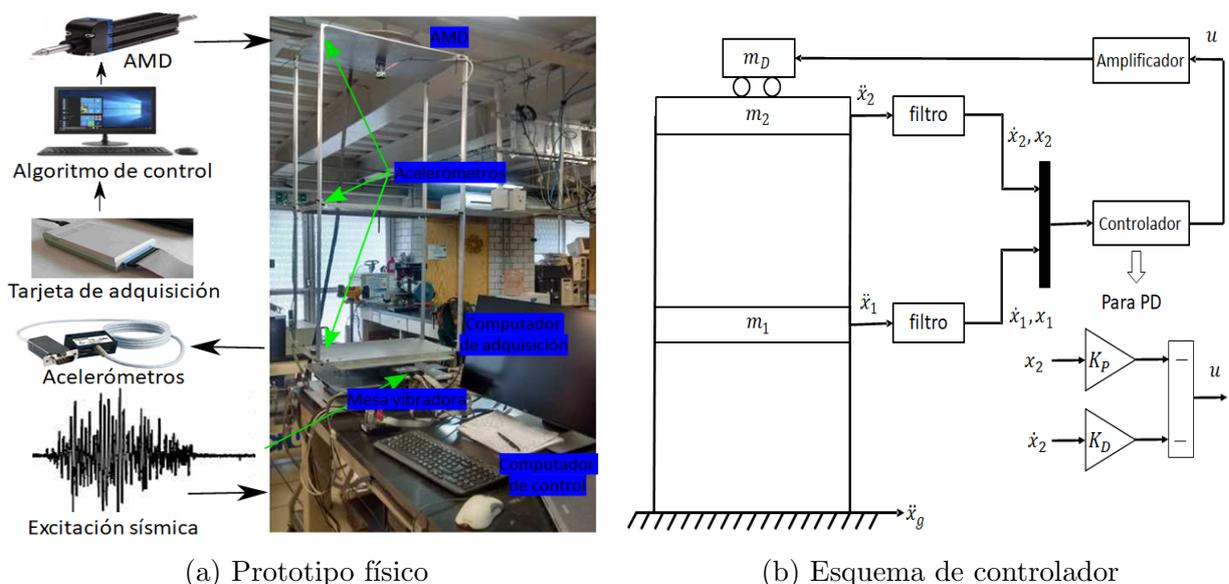


Figura 3.15: Prototipo a escala del de edificio de dos pisos

materiales del aluminio, los valores de rigidez, los factores de amortiguamiento y las masas medidas se encuentran en la tabla (3.3). Basado en datos experimentales, el amortiguamiento de Rayleigh se calcula bajo el supuesto de que los dos primeros modos de la estructura tienen un factor de amortiguamiento de 2%, es decir, el amortiguamiento del piso interior es $d_1 = 7.38 \text{ Ns / m}$ y $d_2 = 6,83 \text{ Ns / m}$, respectivamente. A partir de estos valores, se estiman las frecuencias naturales, resultando $\omega_1 = 27.79 \text{ [rad / s]}$ y $\omega_2 = 78.35 \text{ [rad / s]}$. A partir

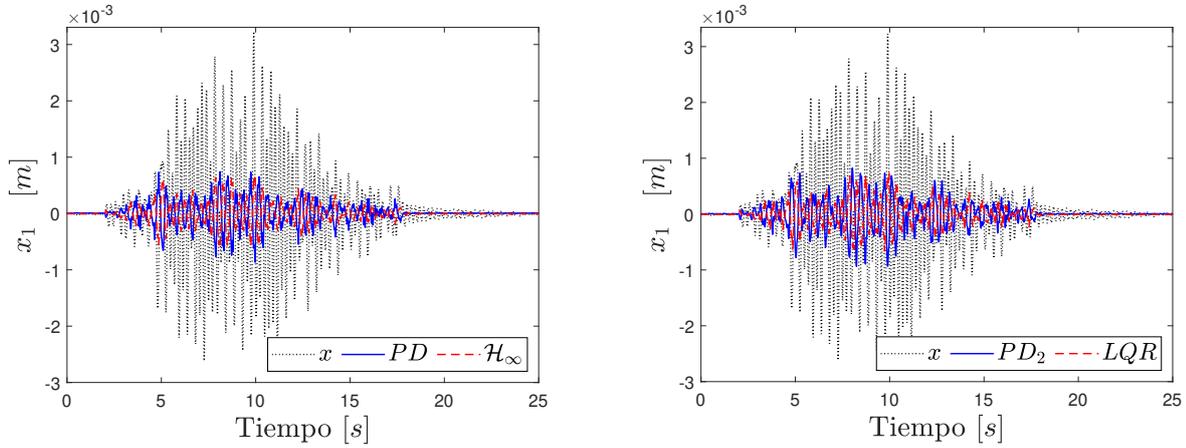
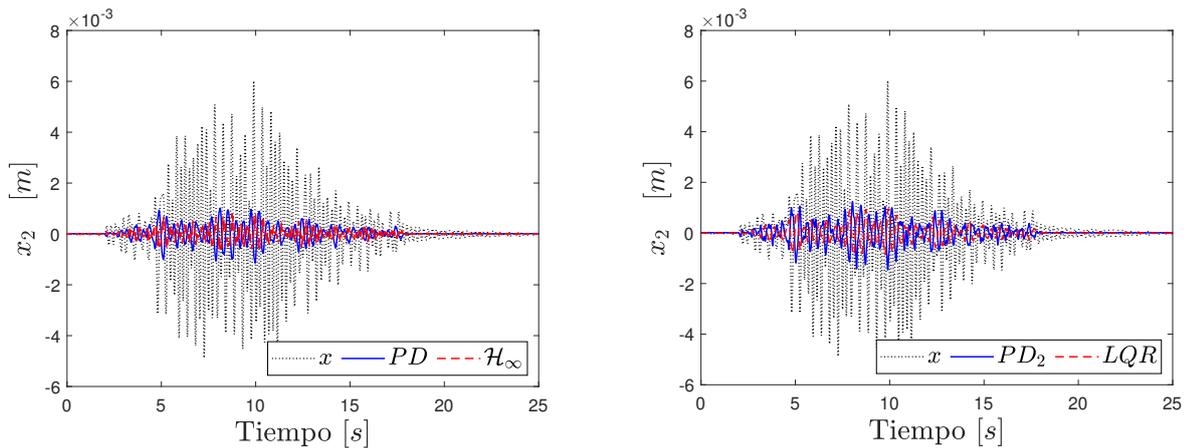
(a) Desplazamiento primer piso PD y \mathcal{H}_∞ (b) Desplazamiento primer piso PD_2 y LQR (c) Desplazamiento segundo piso PD y \mathcal{H}_∞ (d) Desplazamiento segundo piso PD_2 y LQR

Figura 3.16: Respuesta sin control y controlada de la estructura del edificio bajo el sismo de 1985 en México

de los resultados de la Fig. 3.16, se observa que el controlador PD modal propuesto tiene un desempeño favorable para el control de vibraciones. La prueba con el sismo de 1985 en México mostró que el controlador PD modal reduce significativamente los desplazamientos de cada piso 2 órdenes de magnitud cerca de un controlador \mathcal{H}_∞ con una señal de control menor que la requerida por la síntesis de control robusto, como se muestra en la Fig. 3.17. El desempeño del control se evalúa en términos de su capacidad para reducir el desplazamiento relativo en cada piso del edificio. El control PD tiene una atenuación muy similar a la del esquema \mathcal{H}_∞ . La tabla 3.6 presenta el nivel de atenuación, donde los controladores PD y \mathcal{H}_∞ lograron disminuir efectivamente el desplazamiento. La respuesta controlada que usa el controlador PD se reduce significativamente aplicando la metodología de ajuste para ganancias proporcionales y derivativas. El rendimiento del PD se mejora estableciendo las ganancias en el valor máximo posible de acuerdo con las limitaciones del actuador. El

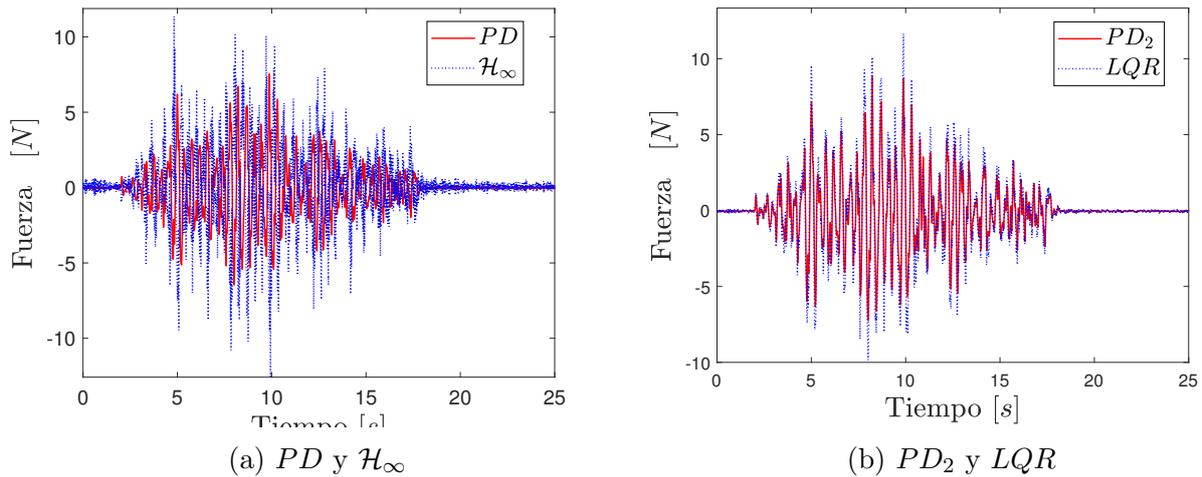


Figura 3.17: Fuerzas requeridas para controlar

teorema de Kharitonov y los criterios de Routh-Hurwitz permiten encontrar las ganancias y mantener la ganancia lo más grande posible. Por lo tanto, el PD modal propuesto puede compensar las perturbaciones inciertas, aunque existen fluctuaciones en el sistema como se muestra en la Fig. 3.16a por las grandes ganancias del controlador. Estas fluctuaciones no son críticas para el aislamiento de vibraciones debido a que las edificaciones permiten pequeños desplazamientos sin provocar daños estructurales. De los resultados obtenidos es claro que el controlador PD modal satisface en la fuerza, la cual está limitada por el actuador 90 N, debido a que el algoritmo propuesto requiere solo alrededor de 20 N, que también es menor que la fuerza requerida por el controlador restante.

Tabla 3.6: Comparación del nivel de atenuación para el edificio de dos pisos usando diferentes controladores

sismo	Piso	PD	\mathcal{H}_∞	PD_2	LQR
Seno	x_1	54.78	73.93	52.98	53.51
	x_2	70.13	76.91	67.82	68.52
El Centro	x_1	39.79	45.55	27.61	43.32
	x_2	75.81	71.41	39.59	68.12
México 85	x_1	74.51	76.57	72.43	74.97
	x_2	81.92	84.37	76.95	79.85

Los resultados experimentales comparados con la simulación son satisfactorios, incluso cuando presenta menor atenuación. Factores como el ruido de medición y la incertidumbre paramétrica disminuyen el rendimiento del control de supresión de vibraciones para aplicaciones prácticas. A pesar de este hecho, el método de sintonización propuesto para las ganancias PD modal aún tiene un desempeño mejor o similar al del resto de controladores, lo que valida su desempeño competitivo con el resto de esquemas de control. La sencillez en su diseño permite reducir el tiempo de cálculo para ajustar las ganancias y mejorar el rendimiento.

Capítulo 4

Identificación paramétrica de un amortiguador magnetoreológico para control semi-activo

Desde hace varias décadas se han fabricado varios actuadores para ejercer control semi-activo y disipar energía producida por eventos sísmicos o tormentas de viento que generan movimientos en los edificios. Entre los actuadores más empleados se encuentran los de orificios variables, amortiguadores de fluido controlable, soportes de fricción controlable, aislamientos de fricción controlable, dispositivos de rigidez variable, entre otros. De estos actuadores, los de fluidos controlables, cuya fuerza de fricción es controlable en cualquier instante de tiempo, debido a un cambio de estado de flujo lineal a un estado semi-sólido con una resistencia mayor al pasar por el orificio del amortiguador. Los fluidos electrorreológicos y los fluidos magnetoreológicos son los más usuales en la construcción de este tipo de amortiguadores, donde los más usados en control de vibraciones ante sismos son los amortiguadores magnetoreológicos. Sin embargo, éstos tienen un comportamiento no lineal difícil de modelar. A continuación se presentan algunos de los modelos más representativos de este fenómeno.

4.1. Modelos del amortiguador magnetoreológico

4.1.1. Modelo de Bouc-Wen

Uno de los modelos más referenciados en la literatura para representar la curva histerética es el modelo de Bouc-Wen por su versatilidad, en el cual, varios autores se han basado para modelar un amortiguador magnetoreológico (MRD por sus siglas en inglés), entre ellos, Spencer [49] que propone un modelo para el sistema planteado en la Fig. 4.1

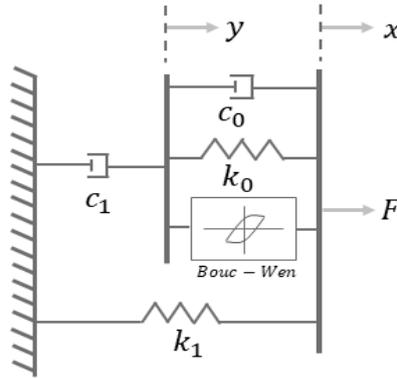


Figura 4.1: Modelo amortiguador magnetoreológico de Spencer

donde la fuerza F generada por el amortiguador puede ser expresada como

$$F = \alpha z + c_0(\dot{x} - \dot{y}) + k_0(x - y) + k_1(x - x_0) \quad (4.1)$$

donde $\alpha > 0$, permite el acoplamiento de z con la fuerza F , k_0 , k_1 son las constantes de rigidez, c_0 es la constante de amortiguamiento viscoso, x es el desplazamiento relativo entre los extremos del amortiguador y x_0 es el desplazamiento inicial del muelle. Por otro lado z , representa el estado interno del modelo Bouc-Wen y y es otro estado interno que reproduce los efectos de deslizamiento (roll-over, roll-off) observados a bajas velocidades que pueden ser expresado como

$$\dot{z} = -\gamma|\dot{x} - \dot{y}|z|z|^{n-1} - \beta(\dot{x} - \dot{y})|z|^n + A(\dot{x} - \dot{y}) \quad (4.2)$$

$$c_1\dot{y} = \alpha z + c_0(\dot{x} - \dot{y}) + k_0(x - y) \quad (4.3)$$

donde γ , β y A controlan el ciclo de histéresis del modelo de Bouc-Wen, c_1 es la constante de amortiguamiento viscoso y n es la potencia que relaciona z y determina su evolución. Resolviendo (4.3) y relacionando (4.2) podemos expresar el sistema como

$$\dot{y} = \frac{1}{c_0 + c_1}[\alpha z + c_0\dot{x} + k_0(x - y)]$$

$$F = c_1\dot{y} + k_1(x - x_0)$$

Para cuantificar los cambios del esfuerzo de fluencia del fluido magnetoreológico en presencia de campo magnético se emplean las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \alpha(u) &= \alpha_a + \alpha_b u \\ c_0(u) &= c_{0a} + c_{0b} u \\ c_1(u) &= c_{1a} + c_{1b} u \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde α_a , α_b , c_{0a} , c_{0b} , c_{1a} , c_{1b} son constantes. Por otro lado, la dinámica de u se puede expresar como

$$\dot{u} = \eta(u - v)$$

donde finalmente η es una constante de filtro y v es el voltaje aplicado en la entrada. Este es un modelo preciso, pero complejo matemáticamente y limita su implementación en control,

por lo que son 14 parámetros a identificar. Sin embargo, con técnicas de optimización Spencer obtuvo los parámetros de la tabla 4.1.

Parámetros	valor	Parámetros	valor
c_{0a}	21 N s/cm	α_a	140 N/cm
c_{0b}	3.5 N s/cm V · V	α_b	695 N/cm · V
k_0	49.9 N /cm	γ	363 cm ⁻²
c_{1a}	238 N s /cm	β	363 cm ⁻²
c_{1b}	2.95 N s /cm · V	A	301
k_1	5.00 N /cm	n	2
x_0	14.3 cm	η	190 s ⁻¹

Tabla 4.1: Parámetros del modelo Spencer para el amortiguador

Considerando un desplazamiento y un voltaje como en la Fig. 4.2b

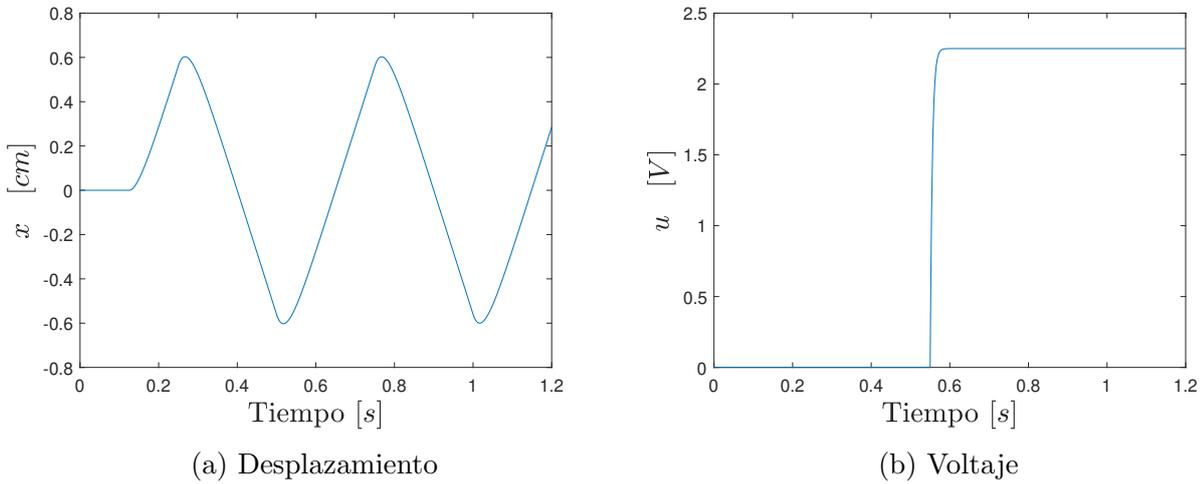


Figura 4.2: Entradas aplicadas al modelo Spencer para el amortiguador MR

se obtiene la fuerza en simulación de los resultados correspondiente a los datos en las Fig. 4.3a y además se recupera la curva de fuerza contra desplazamiento, como se presentan en la Fig. 4.3b.

En comparación con los datos del artículo referenciado [49], se consiguieron reproducir los datos en simulación.

4.1.2. Modelo de LuGre

Un modelo sencillo basado en la fricción es propuesto en [50] y es gobernado por las Ec.

$$\begin{aligned} F &= \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x}, \\ \dot{z} &= \dot{x} - \sigma_0 a_0 |\dot{x}| z \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde F es la fuerza del amortiguador, \dot{x} velocidad relativa entre extremos, z estado interno que modela la deformación del fluido, σ_i con $i = 0, 1, 2$ son parámetros de diseño y a_0 es inicialmente una función, sin embargo, siguiendo el modelo propuesto por Dahl a_0 es una

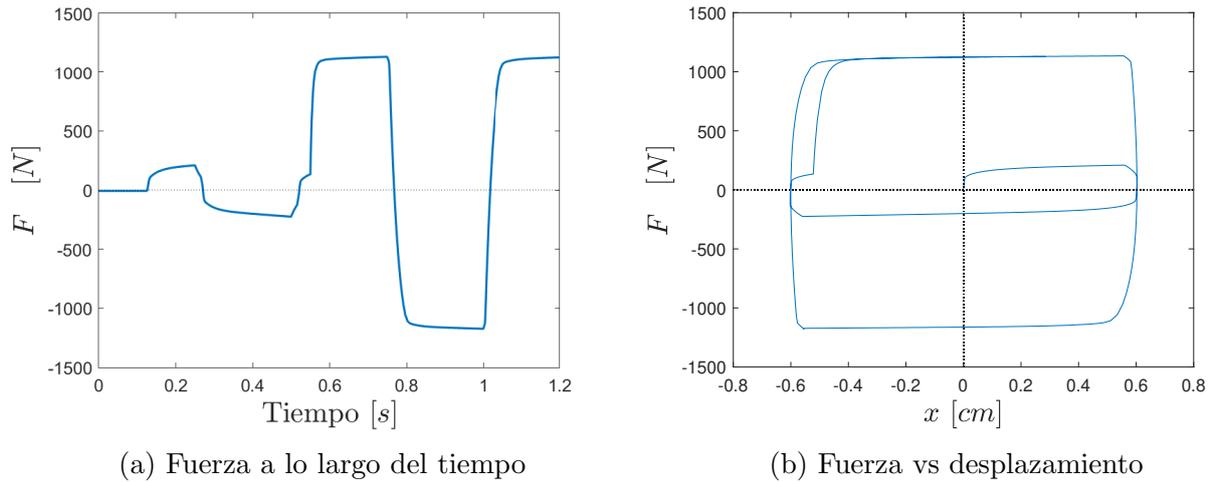


Figura 4.3: Respuesta del modelo Spencer para el amortiguador MR a un escalón

constante que modela el efecto de fricción *Stribeck*. Considerando el voltaje de entrada, la Ec.(4.5) se convierte en

$$\begin{aligned} F &= \sigma_0 z v + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x}, \\ \dot{z} &= \dot{x} - \sigma_0 a_0 |\dot{x}| z (1 + a_1) v \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde a_1 es el parámetro que asocia z con v , el cual representa el voltaje aplicado al amortiguador. Finalmente si se simplifican las Ec.(4.6) obtenemos la ecuación de la fuerza

$$F = \sigma_0 v - \sigma_0 \sigma_1 a_0 |\dot{x}| z - \sigma_0 \sigma_1 a_0 a_1 |\dot{x}| z v + (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{x} \quad (4.7)$$

Por otra parte, una versión modificada dependiente de la corriente es propuesto en [51] y se expresa como

$$F = q_1 y i + q_2 y + p_1 i^2 \dot{x} + p_2 i \dot{x} + (p_3 + \varepsilon) \dot{x} + \delta x - \varepsilon |\dot{x}| y + f_0 \quad (4.8)$$

donde y representa el estado de fricción interna dado por

$$\frac{1}{\alpha} \dot{y} = \dot{x} - |\dot{x}| y \quad (4.9)$$

donde α representa una normalización del estado interno z . Por otra parte, para la simulación del modelo se consideran los parámetros presentados en la tabla 4.2

Parámetros	valor	Parámetros	valor
α	3.20 (mm) ⁻¹	p_3	0.50 Ns/mm
q_1	833.85 N/A	ε	0.60 Ns/mm
q_2	14.72 N	δ	1.03 N/mm
p_1	-10.80 Ns/(mm A ²)	f_0	- 45.82 N
p_2	17.75 Ns/(mm A)		

Tabla 4.2: Parámetros del modelo LuGre modificado para el amortiguador MR

Aplicando la entrada de corriente como una rampa de 0.0 a 1.2 A (ver Fig. 4.4a) y un desplazamiento con amplitud sinusoidal de 20 mm y frecuencia a 0.5 Hz, se obtienen los resultados de la Fig. 4.4b

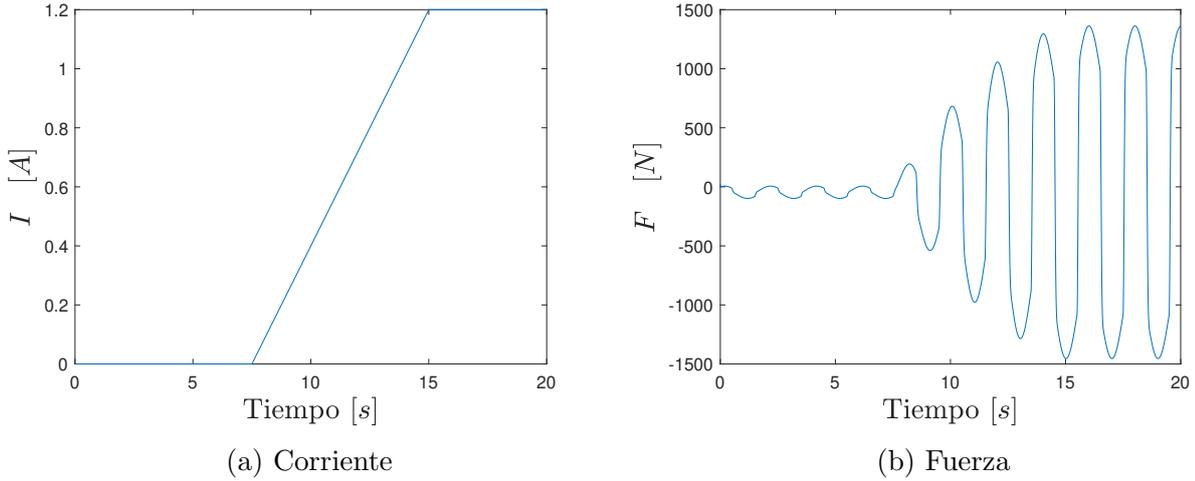


Figura 4.4: Entrada aplicada y salida del modelo LuGre para el amortiguador MR

Asimismo, la curva característica de un amortiguador velocidad contra fuerza en la Fig. 4.5b y desplazamiento contra fuerza en Fig. 4.5a.

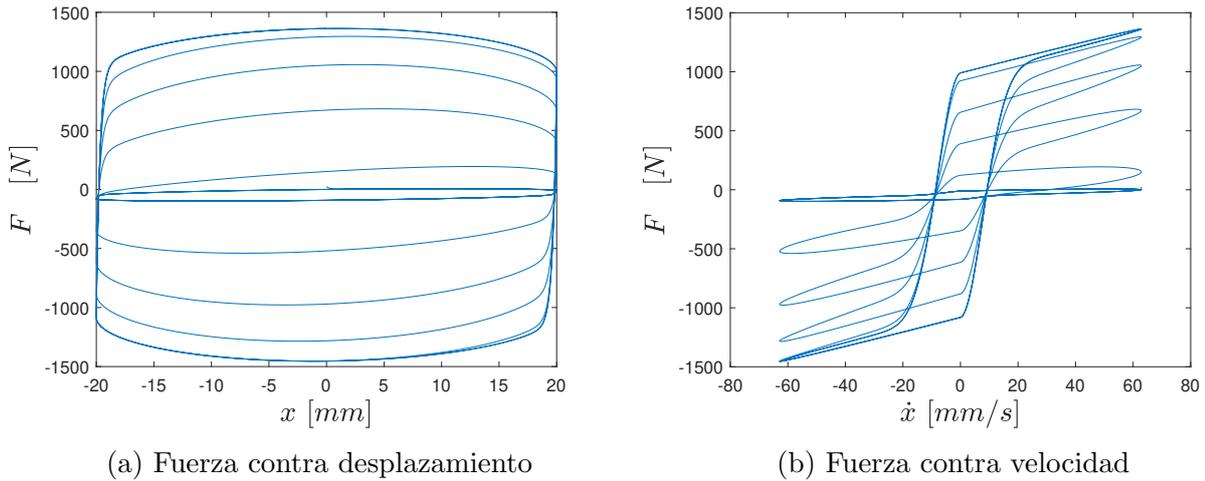


Figura 4.5: Respuesta del modelo Lugre para el amortiguador MR a una rampa

Consiguiendo reproducir los resultados en sección de la simulación del artículo en la referencia [51].

4.1.3. Tangente hiperbólico

Un modelo más reciente y sencillo es propuesto por Kwok [52], como se muestra en al Fig. 4.6.

El modelo utiliza una función tangente hiperbólica para mostrar la respuesta histerética. Por consiguiente, se emplean funciones lineales simples para representar la rigidez y viscosidad del amortiguador, que pueden ser expresadas como

$$\begin{aligned}
 F &= c\dot{x} + kx + \alpha z + f_0 \\
 z &= \tanh(\beta\dot{x} + \delta \text{sign}(x))
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

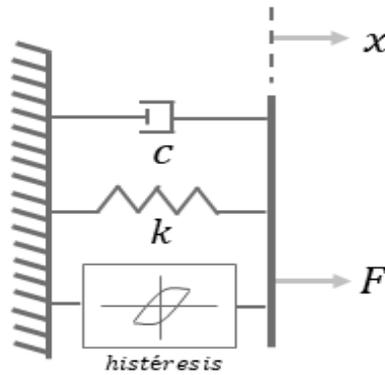


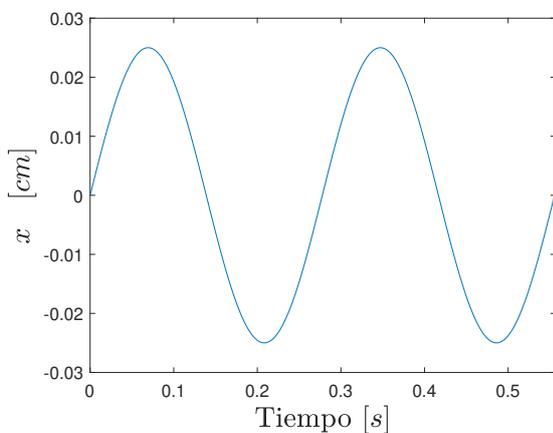
Figura 4.6: Modelo del MRD propuesto por Kwok

donde c y k son los coeficientes de viscosidad y rigidez, α el factor de escala de la histéresis, z el estado histerético dada por la función tangente hiperbólica y f_0 es el offset de la fuerza del amortiguador. El factor de escala δ y el signo del desplazamiento determinan el ancho del ciclo histerético. Un fenómeno histerético amplio corresponde a un gran valor de δ . Con el fin de simular se utilizan los parámetros reportados en la referencia [53], los autores emplearon un esquema de identificación basado en algoritmos genéticos, con datos como la corriente $I = 0.4A$. Los parámetros identificados se presentan en la tabla 4.3

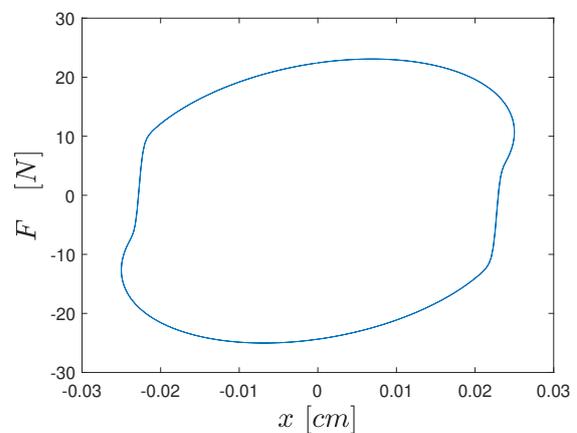
c	k	α	f_0	β	δ
29.013	187.39	6.99	-0.971	41.88	9.88

Tabla 4.3: Parámetros del modelo tanh para el amortiguador

Además, se consideraron las limitaciones de una máquina de prueba de amortiguamiento hidráulica (Lunik España) con una capacidad de 1 tonelada, una frecuencia máxima de trabajo de $4.7Hz$, un curso de 300 mm y una frecuencia de 3,6 Hz [53]. Por esta razón, se propone un desplazamiento de forma sinusoidal con frecuencia $3.6 Hz$ y una amplitud de $0.025 m$ (ver Fig. 4.7a)



(a) Desplazamiento



(b) Fuerza vs desplazamiento

Figura 4.7: Respuesta del amortiguador bajo excitación seno

obteniendo la fuerza contra desplazamiento representado en la Fig. 4.7b muy similar a lo mostrado en el artículo de referencia. La desventaja de este modelo es que no existe una relación entre voltaje o corriente con la viscosidad que modifica fuerza generada por el amortiguador.

4.2. Identificación del amortiguador RD 8040-1

El amortiguador RD 8040-1 de la marca LORD es un amortiguador mono-tubo de fluido magnetoreológico compacto adecuado para aplicaciones de suspensión industrial. El amortiguamiento continuamente variable se controla mediante el aumento del límite elástico del fluido magnetoreológico en respuesta a la intensidad del campo magnético, lo cual representa un tiempo de respuesta rápido, con una carrera 50 mm y una fuerza de 2.5 kN a 5 cm/s con una señal de control de 1 A y $< 667 \text{ N}$ a 20 cm/s con una señal de control de 0 A .

Para su caracterización todos los experimentos se llevaron a cabo utilizando una máquina de ensayos universal de tracción-compresión Shimadzu AG-I 250 (Tokio, Japón) controlado por ordenador a un periodo de muestreo de 50 ms con el software trapezium 2.23, una celda de carga de 250 kN , con control de desplazamiento y una amplitud de 50 mm a temperatura ambiente de 25°C .

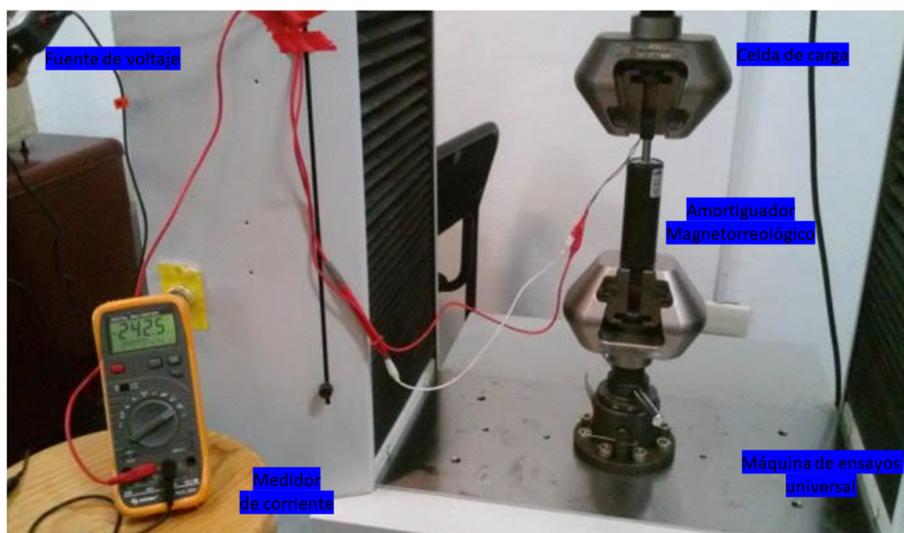


Figura 4.8: Montaje de ensayos al MRD

El amortiguador MR se somete a 3 ensayos sobre la máquina de ensayos anteriormente descrita como se muestra en la Fig. 4.8. Asimismo, el MRD se le aplicó diferentes voltajes constantes con el desplazamiento que se muestra en la Fig.4.9

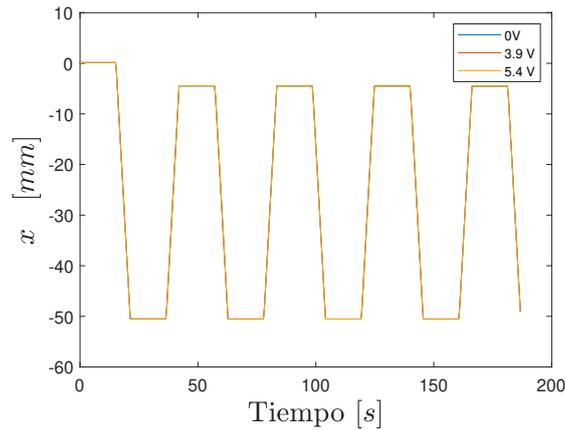


Figura 4.9: Desplazamiento para la prueba de identificación del MRD

los datos de fuerza fueron filtrados, mientras que la velocidad fue estimada a través de los siguientes filtros

$$f_1(s) = \frac{f}{fs + 1} \quad (4.11)$$

$$f_2(s) = \frac{fs}{fs + 1}$$

asumiendo una ruido con una frecuencia de 0.5 Hz se escoge $f = 2$. Por lo tanto, la curva del amortiguador es mostrada en la Fig. 4.10b, mientras la fuerza contra el desplazamiento está en la Fig. 4.10a que representa el comportamiento histerético.

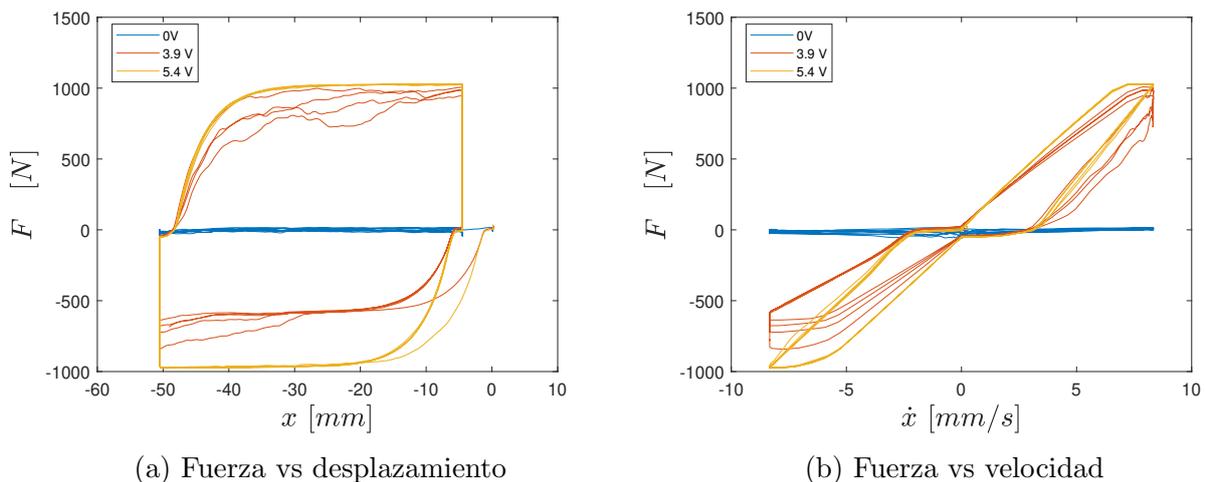


Figura 4.10: Resultados experimentales del amortiguador MR

Por otro lado, una primera aproximación se hizo a partir de los algoritmos genéticos (GA, por sus siglas en inglés), por lo que los GA son uno de los métodos de optimización más comunes que, debido a su potente naturaleza, se puede utilizar para la identificación de sistemas lineales y no lineales.

4.2.1. Algoritmo genético

Los GA son técnicas de búsqueda y optimización basados en los principios de la genética y selección natural [54]. Están integrados por un conjunto de individuos y diferentes tipos de reglas que aplican directamente sobre la población. Dicha población representa un conjunto de cromosomas numerados bajo un índice que vienen codificados en genes en determinada posición que pueden tomar diversos alelos, los cuales son los diferentes valores que puede tomar un gen, por ejemplo, para el caso de codificación binaria los alelos son $\{0, 1\}$. Estos alelos marcan la evolución de los genes de acuerdo con las reglas definidas a continuación:

- **Selección:** El cromosoma que da buen resultado en la función de costo se mantiene en la generación de una nueva población.
- **Cruce:** Intercambia una parte de un cromosoma a otro.
- **Ordenamiento:** Cambia el orden de los cromosomas.
- **Mutación:** Evoluciona el alelo de un gen aleatoriamente.

Dichas reglas son realizadas dependiendo de un porcentaje de cambio preestablecido y/o la evaluación de una función de aptitud o costo (ver Fig. 4.11) [55].

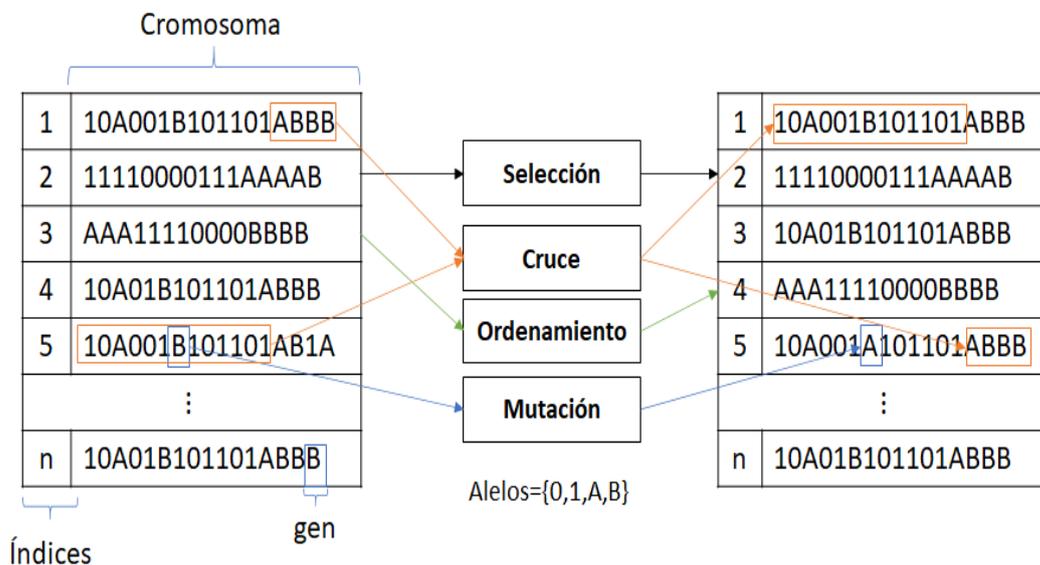


Figura 4.11: Reglas de cambio de los genes en un GA

En la identificación de parámetros, utilizando el GA, se basa en el cálculo de la diferencia de los datos de salida del experimento y el modelo de simulación con los parámetros estimados (ver Fig. 4.12), lo que representa la función de actitud.

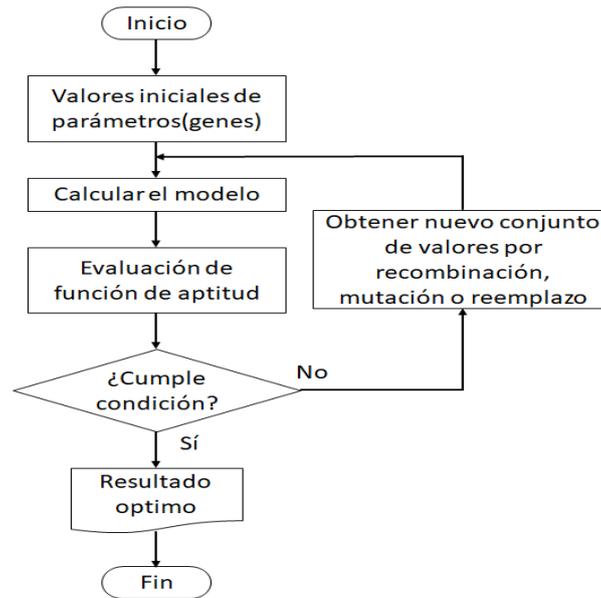


Figura 4.12: Algoritmo genético

Algunas de las ventajas considerables de los algoritmos genéticos son su fácil implementación computacional, no requiere información a priori del sistema, ni el uso de filtros ya que evita singularidades sin importar que sean funciones discontinuas. Asimismo, posee algunas desventajas como la inexistencia de reglas claras en el número de individuos en una población, la aplicación de una selección o mutación y requiere de una buena elección de la función de aptitud.

4.2.2. Resultados del GA

La minimización de la función proporciona parámetros precisos, lo que genera una ventaja por su precisión relativamente buena para identificar los parámetros en presencia de ruido y datos cuantificados. La función de aptitud utilizada en el GA se deriva de la diferencia entre los resultados experimentales y de simulación definida como:

$$aptitud = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i^{exp} - F_i^{sim})^2 \quad (4.12)$$

donde *exp* es el valor de fuerza experimental y *sim* es la obtenida por el modelo con los cromosomas (variables de diseño) que dependen del modelo, por ejemplo, para el caso de Kwok (4.10) son c , k , α , β , δ y f_0 . Los cuales fueron identificados para una tensión de 5.4 V a través de la herramienta Evolver de Paladise [®] con un número total de 24610 de pruebas válidas, un progreso de 10000 pruebas, un porcentaje máximo de cambio de 0.01 % y sus límites inferiores y superiores son descritos en la tabla 4.4 junto a la estimación los parámetros.

Parámetro	c (Ns/m)	k (N/m)	α (N/m)	f_0 (N)	β	δ
Estimado	120.8	1.048	-40	4.30	-32.22	6.84
Límite inferior	0	0	-100	-100	-100	-100
Límite superior	200	1200	100	100	100	100

Tabla 4.4: Parámetros estimados del modelo tanh para el amortiguador

La evolución y el valor mínimo de la función de aptitud 11309 se muestran en la Fig. 4.13.



Figura 4.13: Evolución de los valores de la función de aptitud

Por otra parte, la Fig. 4.14 presenta la comparación entre la respuesta del prototipo experimental y la del modelo simulado, mediante la función tanh. De los resultados obtenidos, es claro que la respuesta estimada se acerca mucho a los valores experimentales, obteniendo una estimación razonable de los parámetros.

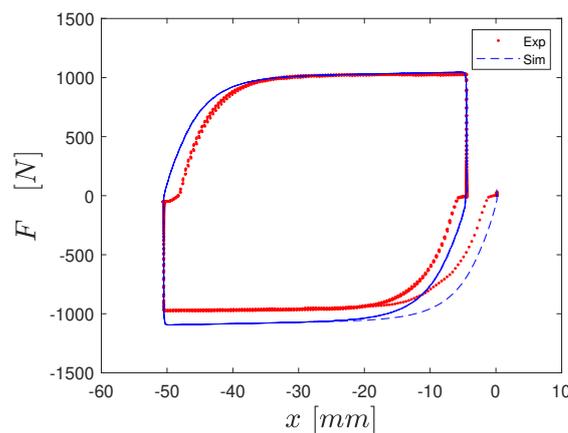


Figura 4.14: Comparación entre el modelo experimental y la respuesta del modelo simulado

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusiones

Se ha presentado un método de ajuste novedoso para ajustar las dos ganancias de un controlador PD para estructuras tipo edificios sometidas a una acción sísmica. La contribución teórica de este trabajo es que se ha demostrado la estabilidad del controlador PD modal para edificios de varios pisos, el cual, es diseñado a partir de frecuencias de vibración. Sobre la base de la transformación del análisis modal, se garantiza la ubicación de los polos en el eje real izquierdo. Al utilizar el teorema de los polinomios de Kharitinov y los criterios de Routh-Hurwitz, se derivan condiciones suficientes y necesarias de estabilidad para ajustar y seleccionar el rango de ganancias para las dos ganancias de PD. El diseño propuesto proporciona un controlador que asegura la estabilidad en lazo cerrado y atenúa la perturbación producida por sismos. El nuevo enfoque se aplica con éxito a un prototipo de edificio de dos pisos. La simplicidad de la metodología de diseño lo convierte en un controlador prometedor para aplicaciones prácticas, ya que es evidente que el controlador PD únicamente requiere el ancho de banda del sistema, lo que tiene la ventaja de estar diseñado alrededor de una prueba experimental.

Aunque teóricamente las ganancias \mathbf{K}_D y \mathbf{K}_P se pueden diseñar usando $\sigma \in (1 - \infty)$ hasta el infinito. Para propósitos prácticos, esto debería acortarse a los límites físicos del actuador, lo cual se puede lograr colocando una saturación en la acción de control. También reconocimos que es necesario realizar más investigaciones para evaluar el potencial de este enfoque. Sin embargo, encontramos que los resultados de nuestros resultados experimentales son un buen paso para la investigación en esta dirección.

Se ha introducido un controlador \mathcal{H}_∞ para mejorar la respuesta de un edificio sometido a eventos sísmicos. $\|W_3U\|_\infty < \gamma$, que es funcional para establecer límites del controlador. Como ventaja, este último controlador una generalización para el diseño de control de vibraciones en estructuras fácil y eficaz. La metodología del diseño del controlador \mathcal{H}_∞ reduce considerablemente los desplazamientos y evita la distorsión entre pisos debido a la factorización coprima y el problema de coincidencia de modelos.

Finalmente, se han introducido varios modelos del amortiguador magnetoreológico con la intención de identificar el mejor modelo posible y que pueda caracterizar la respuesta experimental.

5.2. Trabajo futuro

Como trabajos futuros se pretende abordar una extensión del problema para un control activo de vibración adecuado que emplee un modelo no lineal y un control no lineal. Asimismo, investigar y aplicar un método de identificación no lineal para la caracterización del amortiguador y una medida de error para la selección del mejor modelo. Finalizar con el diseño e implementación de leyes de control semi-activo para el control de vibraciones en el prototipo de dos pisos.

Adicionalmente, se pretende desarrollar un esquema de control semi-activo, empleando el enfoque de rechazo activo de perturbaciones (ADRC) no lineal. De la misma forma, desarrollar algún esquema de control no lineal para comparar los resultados con el ADRC.

Apéndice A

Apéndice A: Criterio de Routh-Hurwitz y teorema de Kharitonov

A.1. Criterio de Routh-Hurwitz

Sea el sistema dinámico gobernado por (A.1),

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u\end{aligned}\tag{A.1}$$

la estabilidad del sistema se determina analizando el polinomio característico $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$. Para un sistema de n grado de libertad se tiene

$$s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n\tag{A.2}$$

reordenando términos en (A.2), el polinomio se puede reescribir en forma matricial

$$\mathbf{H}^A := \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 1 & a_2 & a_4 & & & & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & a_2 & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & a_1 & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & & & & \cdot & \cdot \\ & \cdot & 0 & & & & a_n & 0 \\ & \cdot & \cdot & & & & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n-2} & a_n \end{bmatrix}\tag{A.3}$$

donde \mathbf{H}^A se llama la matriz *Hurwitz*, y muestra que el sistema con polinomio característico (A.2) es estable si y solo si $H_i^A > 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$), es decir, todos los menores principales de la matriz *Hurwitz* son definidos positivos, es decir,

$$H_i^A := \det \begin{bmatrix} 1 & 2 & \dots & i \\ 1 & 2 & \dots & i \end{bmatrix}$$

tal que

$$H_n^A = \det \mathbf{H}^A$$

A.2. Teorema de Kharitonov

La matriz A se puede expandir aplicando una *descomposición hermitiana* como $\mathbf{A} = \mathbf{E} + j\mathbf{O}$ donde

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{A} + \mathbf{A}^*}{2}, \quad \mathbf{O} = \frac{\mathbf{A} - \mathbf{A}^*}{2j}, \quad j = \sqrt{-1} \quad (\text{A.4})$$

y el *conjunto de valores* se define como

$$a = \mathbf{V}(\mathbf{A}) = \{v^* \mathbf{A} v \mid \|v\| = 1\} \quad (\text{A.5})$$

donde $v \in \mathbb{C}^n$. Por tanto, el polinomio característico con coeficientes complejos se puede escribir como:

$$s^n + (e_{n-1} + jo_{n-1})s^{n-1} + \dots + (e_1 + jo_1)s + (e_0 + jo_0) \quad (\text{A.6})$$

Por otra parte, el *teorema de Kharitonov* asegura que el polinomio (A.2) es Hurwitz si y solo si los ocho polinomios de Kharitonov son Hurwitz

$$\begin{aligned} P_1(s) &= (\underline{e}_0 + j\underline{o}_0) + (\underline{e}_1 + j\underline{o}_1)s + (\bar{e}_2 + j\bar{o}_2)s^2 + (\bar{e}_3 + j\bar{o}_3)s^3 + \dots \\ P_2(s) &= (\bar{e}_0 + j\bar{o}_0) + (\bar{e}_1 + j\bar{o}_1)s + (\underline{e}_2 + j\underline{o}_2)s^2 + (\underline{e}_3 + j\underline{o}_3)s^3 + \dots \\ P_3(s) &= (\bar{e}_0 + j\bar{o}_0) + (\underline{e}_1 + j\underline{o}_1)s + (\underline{e}_2 + j\underline{o}_2)s^2 + (\bar{e}_3 + j\bar{o}_3)s^3 + \dots \\ P_4(s) &= (\underline{e}_0 + j\underline{o}_0) + (\bar{e}_1 + j\bar{o}_1)s + (\bar{e}_2 + j\bar{o}_2)s^2 + (\underline{e}_3 + j\underline{o}_3)s^3 + \dots \\ P_5(s) &= (\underline{e}_0 + j\underline{o}_0) + (\bar{e}_1 + j\bar{o}_1)s + (\bar{e}_2 + j\bar{o}_2)s^2 + (\underline{e}_3 + j\underline{o}_3)s^3 + \dots \\ P_6(s) &= (\bar{e}_0 + j\bar{o}_0) + (\underline{e}_1 + j\underline{o}_1)s + (\underline{e}_2 + j\underline{o}_2)s^2 + (\bar{e}_3 + j\bar{o}_3)s^3 + \dots \\ P_7(s) &= (\bar{e}_0 + j\bar{o}_0) + (\bar{e}_1 + j\bar{o}_1)s + (\underline{e}_2 + j\underline{o}_2)s^2 + (\underline{e}_3 + j\underline{o}_3)s^3 + \dots \\ P_8(s) &= (\underline{e}_0 + j\underline{o}_0) + (\underline{e}_1 + j\underline{o}_1)s + (\bar{e}_2 + j\bar{o}_2)s^2 + (\bar{e}_3 + j\bar{o}_3)s^3 + \dots \end{aligned}$$

donde las barras debajo y encima de la variable se definen como los autovalores mínimos y máximos

$$\underline{e} = \lambda_{\min}(\cdot), \quad \bar{e} = \lambda_{\max}(\cdot)$$

Bibliografía

- [1] Suresh Thenozhi and Wen Yu. Advances in modeling and vibration control of building structures. *Annual Reviews in Control*, 37(2):346–364, 2013.
- [2] Adam Rose, Juan Benavides, Stephanie E Chang, Philip Szczesniak, and Dongsoon Lim. The regional economic impact of an earthquake: Direct and indirect effects of electricity lifeline disruptions. *Journal of Regional Science*, 37(3):437–458, 1997.
- [3] Jorge Cortés, Ricardo Soto, and Carlos Jiménez. Efectos ecológicos del terremoto de limón. *Revista Geológica de América Central*, 1994.
- [4] Félix Cova and Paulina Rincón. El terremoto y tsunami del 27-f y sus efectos en la salud mental. *Terapia psicológica*, 28(2):179–185, 2010.
- [5] Susan L Beck and Larry J Ruff. The rupture process of the great 1979 colombia earthquake: Evidence for the asperity model. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 89(B11):9281–9291, 1984.
- [6] Helmut Krawinkler and Mahmud Zohrei. Cumulative damage in steel structures subjected to earthquake ground motions. *Computers & Structures*, 16(1-4):531–541, 1983.
- [7] Emilio Rosenblueth and Roberto Meli. The 1985 mexico earthquake. *Concrete international*, 8(5):23–34, 1986.
- [8] Akira Nishitani and Yutaka Inoue. Overview of the application of active/semiactive control to building structures in Japan. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 30(11):1565–1574, 2001.
- [9] Yoshiki Ikeda. Active and semi-active control of buildings in Japan. *Journal of Japan Association for Earthquake Engineering*, 4(3):278–282, 2004.
- [10] Serdar Ulusoy, Gebrail Bekdas, and Sinan Melih Nigdeli. Active structural control via metaheuristic algorithms considering soil-structure interaction. *Structural Engineering and Mechanics*, 75(2):175–191, 2020.
- [11] Aylin Ece Kayabekir, Gebrail Bekdaş, Sinan Melih Nigdeli, and Zong Woo Geem. Optimum design of pid controlled active tuned mass damper via modified harmony search. *Applied Sciences*, 10(8):2976, 2020.
- [12] Yang Wang, Jerome P Lynch, and Kincho H Law. Decentralized H_∞ controller design for large-scale civil structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 38(3):377–401, 2009.

- [13] Wonsuk Park, Kwan-Soon Park, and Hyun-Moo Koh. Active control of large structures using a bilinear pole-shifting transform with H_∞ control method. *Engineering Structures*, 30(11):3336–3344, 2008.
- [14] Yang Chen, Wenlong Zhang, and Huijun Gao. Finite frequency H_∞ control for building under earthquake excitation. *Mechatronics*, 20(1):128–142, 2010.
- [15] Linsheng Huo, Gangbing Song, Hongnan Li, and Karolos Grigoriadis. Robust control design of active structural vibration suppression using an active mass damper. *Smart materials and structures*, 17(1):015021, 2007.
- [16] Rahmi Guclu. Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake. *Mathematical and Computer Modelling*, 44(1-2):210–217, 2006.
- [17] JN Yang, JC Wu, AK Agrawal, and SY Hsu. Sliding mode control with compensator for wind and seismic response control. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 26(11):1137–1156, 1997.
- [18] Xinghuo Yu and Okyay Kaynak. Sliding-mode control with soft computing: A survey. *IEEE transactions on industrial electronics*, 56(9):3275–3285, 2009.
- [19] Ali Alavinasab, Hamid Moharrami, and Amir Khajepour. Active control of structures using energy-based LQR method. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 21(8):605–611, 2006.
- [20] A Saleh and H Adeli. Optimal control of adaptive building structures under blast loading. *Mechatronics*, 8(8):821–844, 1998.
- [21] Chih-Cherng Ho and Chih-Kao Ma. Active vibration control of structural systems by a combination of the linear quadratic gaussian and input estimation approaches. *Journal of Sound and Vibration*, 301(3-5):429–449, 2007.
- [22] Jamshid Ghaboussi and Abdolreza Joghataie. Active control of structures using neural networks. *Journal of Engineering Mechanics*, 121(4):555–567, 1995.
- [23] Alok Madan. Vibration control of building structures using self-organizing and self-learning neural networks. *Journal of sound and vibration*, 287(4-5):759–784, 2005.
- [24] Ju-Tae Kim, Hyung-Jo Jung, and In-Won Lee. Optimal structural control using neural networks. *Journal of engineering Mechanics*, 126(2):201–205, 2000.
- [25] SM Khot, Nitesh P Yelve, Rajat Tomar, Sameer Desai, and S Vittal. Active vibration control of cantilever beam by using PID based output feedback controller. *Journal of Vibration and Control*, 18(3):366–372, 2012.
- [26] Michael D Symans and Michael C Constantinou. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering structures*, 21(6):469–487, 1999.
- [27] Yoshiki Ikeda. Active and semi-active vibration control of buildings in japan—practical applications and verification. *Structural Control and Health Monitoring: The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*, 16(7-8):703–723, 2009.

-
- [28] Marcin Maślanka. Optimised semi-active tuned mass damper with acceleration and relative motion feedbacks. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 130:707–731, 2019.
- [29] Do Xuan Phu, Jin-Hee An, Seung-Bok Choi, et al. A novel adaptive pid controller with application to vibration control of a semi-active vehicle seat suspension. *Applied Sciences*, 7(10):1055, 2017.
- [30] Asan GA Muthalif, Hasanul B Kasemi, NH Diyana Nordin, MM Rashid, and M Khusyaie M Razali. Semi-active vibration control using experimental model of magnetorheological damper with adaptive f-pid controller. *Smart Structures and Systems*, 20(1):85–97, 2017.
- [31] Wei Huang, Jian Xu, Da-yong Zhu, Ying-lei Wu, Jian-wei Lu, and Kun-lin Lu. Semi-active vibration control using a magneto rheological (mr) damper with particle swarm optimization. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 40(3):747–762, 2015.
- [32] Abdelkrim Saidi, Khaled Zizouni, Boufeldja Kadri, Leyla Fali, and Ismail Khalil Bousserhane. Adaptive sliding mode control for semi-active structural vibration control. *Stud. Inform. Control*, 28:371–380, 2019.
- [33] M Lazarek, P Brzeski, and P Perlikowski. Design and identification of parameters of tuned mass damper with inerter which enables changes of inertance. *Mechanism and Machine Theory*, 119:161–173, 2018.
- [34] Daniel J. Inman. Vibration with control. *John Wiley & Sons, Ltd*, pages 1–382, 2006.
- [35] Gene F Franklin, J David Powell, Abbas Emami-Naeini, and HS Sanjay. *Feedback control of dynamic systems*. Pearson London, 2015.
- [36] Michael V Cook. *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*. Butterworth-Heinemann, 2012.
- [37] Jingrui Zhang, Shijie Xu, and Junfeng Li. A new design approach of pd controllers. *Aerospace science and technology*, 9(4):329–336, 2005.
- [38] John C Doyle, Bruce A Francis, and Allen R Tannenbaum. *Feedback control theory*. Courier Corporation, 2013.
- [39] John Doyle, Keith Glover, Pramod Khargonekar, and Bruce Francis. State-space solutions to standard h_2 and h_∞ control problems. In *1988 American Control Conference*, pages 1691–1696. IEEE, 1988.
- [40] A.K. Chopra. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Always learning. Pearson, 2017.
- [41] Farzad Naeim. Dynamics of structures-theory and applications to earthquake engineering. *Earthquake Spectra*, 23(2):491–492, 2007.
- [42] Jesús Morales-Valdez, Luis Alvarez-Icaza, and Antonio Concha. On-line adaptive observer for buildings based on wave propagation approach. *Journal of Vibration and Control*, 24(16):3758–3778, 2018.

- [43] Alexander S Poznyak. *Advanced mathematical tools for automatic control engineers: Stochastic techniques*. Elsevier, 2009.
- [44] B Ross Barmish and EI Jury. New tools for robustness of linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(12):2525–2525, 1994.
- [45] Adolfo Perrusquia, Juan Alejandro Flores-Campos, and Christopher Rene Torres-San-Miguel. A novel tuning method of PD with gravity compensation controller for robot manipulators. *IEEE Access*, 8:114773–114783, 2020.
- [46] Jian-Bo He, Qing-Guo Wang, and Tong-Heng Lee. PI/PID controller tuning via LQR approach. *Chemical Engineering Science*, 55(13):2429–2439, 2000.
- [47] Suresh Thenozhi, Wen Yu, and Ruben Garrido. A novel numerical integrator for velocity and position estimation. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 35(6):824–833, 2013.
- [48] Masahiko Higashino, Satoru Aizawa, Masashi Yamamoto, and Kotaro Toyama. Application of active mass damper (amd) system, and earthquake and wind observation results. In *Proceedings of the 2nd World Conference on Structural Control*, volume 1, pages 783–794, 1998.
- [49] BrnF Spencer Jr, SJ Dyke, MK Sain, and JDf Carlson. Phenomenological model for magnetorheological dampers. *Journal of engineering mechanics*, 123(3):230–238, 1997.
- [50] C Canudas De Wit, Hans Olsson, Karl Johan Astrom, and Pablo Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on automatic control*, 40(3):419–425, 1995.
- [51] René Jiménez and Luis Álvarez-Icaza. Lugre friction model for a magnetorheological damper. *Structural Control and Health Monitoring*, 12(1):91–116, 2005.
- [52] NM Kwok, QP Ha, TH Nguyen, Jianchun Li, and Bijan Samali. A novel hysteretic model for magnetorheological fluid dampers and parameter identification using particle swarm optimization. *Sensors and Actuators A: Physical*, 132(2):441–451, 2006.
- [53] Ebrahim Yarali, Arman Mohammadi, Sheyda Mafakheri, Mostafa Baghani, and Hamed Adibi. Mathematical modeling and experimental evaluation of a prototype double-tube magnetorheological damper. *SN Applied Sciences*, 1(11):1–10, 2019.
- [54] Seyedali Mirjalili. *Genetic Algorithm*, pages 43–55. Springer International Publishing, Cham, 2019.
- [55] Cesar Hernando Valencia and Silvia Nathalia Cáceres. Modelo de optimización en la gestión de inventarios mediante algoritmos genéticos. *Iteckne*, 8(2):156–162, 2011.