

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO**

Modelado y control PID neuronal de un exoesqueleto de 7 grados de libertad

Tesis que presenta
Ing. Edgar Oswaldo García Avila

para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

en la Especialidad de
Control Automático

Directores de Tesis:
Dr. Wen Yu Liu
Dr. Sergio Salazar Cruz

México, D.F.

Agosto de 2014

Agradecimientos

Agradezco primeramente a mi Padre Celestial por la gran bendición de estar en esta Tierra y disfrutar de su creación. Por esta vida tan maravillosa que me ha dado y por la hermosa familia que me ha permitido tener.

A mis padres Blanca Estela y Marco Aurelio, porque sin ellos no estaría aquí y por todo el apoyo que siempre me ha dado. Por haberme educado y mantenido tantos años, así como por los chanclazos y cinturonzos que me forjaron y me han traído hasta donde estoy ahora.

A mis padres Austreberta y Servando, porque nadie me ha dado tanto amor incondicional como ellos. Por todo el amor y los cuidados que me han dado desde niño. Porque sé que siempre han estado, están y estarán orgullosos de mí.

A mis amores Mayra, Ludwig e Isabella, porque son ellos los que me impulsan día tras día, con sus besos, abrazos y sonrisas. Porque son también ellos los que sufren mis ausencias y mi mal humor. Por ser el motor de mi vida y mi más grande motivación para seguir trascendiendo.

A mis Directores de tesis: el Dr. Wen Yu y el Dr. Sergio Salazar, por aceptarme como su alumno y apoyarme en mi cambio de proyecto aún sabiendo que era una situación complicada.

A mi Director de estancia: el Dr. Marouf Saad, quien me brindó tanto apoyo como nadie más lo hizo. Porque estuvo ahí todo el tiempo, con toda la disponibilidad y

toda la paciencia del mundo. Porque siempre estuvo motivándome a seguir aún en los momentos más difíciles y estresantes. Por todos sus consejos, su tiempo, su confianza y su inspiración.

Al Dr. Moisés Bonilla y al Dr. Eduardo Espinoza, por aceptar revisar este trabajo y ser parte del jurado calificador de la presentación de esta tesis.

A mis amigos del Cinves: Vichi, Erik, Edgar, Rafa, Carlos, Memo, Abraham, Aurora, Rodrigo, Miguel, Debbie y Jairo. Por los buenos momentos que pasamos y porque cada uno de ustedes contribuyó a enriquecer mi conocimiento y mis calificaciones.

A mis amigos de la ÉTS: Cristóbal y Luis Fernando, por todo el apoyo que siempre me dieron así como los buenos consejos.

A mi amigo de años Alejandro Adame, por seguir creyendo en mí y en mi potencial. Por ser un ejemplo a seguir para mí como ingeniero y como amigo. Y por motivarme a seguir avanzando.

A Lucero Fernández, por solucionar todos nuestros problemas en el Departamento de Control Automático y por siempre atendernos con una amable y gran sonrisa.

Al CONACYT, por haberme concedido la beca para realizar mis estudios de maestría y mi estancia en Canadá.

Al CINVESTAV, por todo el apoyo económico, administrativo y educativo a lo largo de mi maestría.

A la ÉTS por permitirme hacer una estancia y hacer uso de sus instalaciones para la realización de esta tesis.

Resumen

En el área de la rehabilitación neuromotriz se busca diseñar robots que asistan los movimientos de pacientes con problemas neuromotrices, controlando esfuerzos mecánicos, distribuidos a lo largo de los miembros del paciente durante los ejercicios. Numerosos científicos han trabajado en el desarrollo de robots exoesqueletos, los cuales son utilizados para la rehabilitación de personas que han sufrido alguna enfermedad o discapacidad motriz de algún miembro de su cuerpo. Sin embargo, aún hay muchos retos por superar, por ejemplo, el diseño de un control sencillo y efectivo.

La École de Technologie Supérieure ha diseñado un robot exoesqueleto capaz de asistir en este tipo de rehabilitación. Este robot proporciona rehabilitación en el movimiento de las extremidades superiores de una persona. Su diseño se basa en la anatomía y la biomecánica de los miembros superiores del ser humano. La cinemática de este robot puede obtenerse utilizando la convención modificada de Denavit-Hartenberg y su modelo dinámico puede ser obtenido de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange.

Algunas veces, necesitamos que nuestro robot se mueva de un punto a otro, permaneciendo después con una posición constante. En esta tesis analizaremos el sistema en lazo cerrado usando el método de control PID clásico para el caso de regulación de posición y expondremos un teorema con el cual aseguramos estabilidad asintótica global. También realizaremos algunas simulaciones utilizando dicho control.

En la rehabilitación neuromotriz, es necesario que un exoesqueleto realice una amplia gama de movimientos de una manera segura y estable. En esta tesis, también estudiaremos el control PID basándonos en un método que nos proporcionará estabilidad en el seguimiento de trayectorias polinomiales.

Puesto que la fricción siempre está presente en el uso de robots, es muy importante contrarrestar sus efectos. También analizaremos el control PID neuronal para el seguimiento de trayectorias polinomiales. Para esto utilizaremos un controlador PID sumado a una red neuronal. Siendo esta red neuronal la encargada de compensar los efectos negativos de la gravedad y de la fricción o alguna otra incertidumbre.

Abstract

In the area of neuromotor rehabilitation, scientists are conducting research to design robots attending the movements of patients with neuromotor problems, by controlling mechanical stress distributed along the limbs of the patient during exercises. Many scientists have worked on developing exoskeleton robots, which are used to rehabilitate people with impaired upper-limb function. However, there are still many challenges to overcome, for example, the design of a simple and effective control.

The École de Technologie Supérieure has designed an exoskeleton robot that is able to assist in this type of rehabilitation. This robot provides to people upper limbs rehabilitation movements. Its design is based on the anatomy and biomechanics of the human upper limb. The kinematics of this robot can be obtained using the modified Denavit-Hartenberg convention and its dynamic model can be obtained from the Euler-Lagrange motion equations.

Sometimes we need our robot to move from one point to another, after remaining at a constant position. This thesis will analyze the closed-loop system using the classic PID control for position regulation and we will present a theorem which ensure the global asymptotic stability. We also carry out some simulations using this controller.

In the neuromotor rehabilitation, it is necessary that an exoskeleton perform a wide range of movements in a safe and stable manner. In this thesis, we also

study a PID control based on a method that will provide stability in the tracking of polynomial trajectories.

Since friction is always present in the use of robots, it is very important to counteract its effects. We will also analyze the neural PID control for tracking of polynomial trajectories. For this, we use a PID controller coupled with a neural network. This neural network is the responsible for compensating the negative effects of gravity and friction or any other uncertainty.

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Motivación	8
1.2. Estado del arte	9
1.3. Objetivos	10
1.4. Estructura de la tesis	11
2. Preliminares	13
2.1. Estructura de las extremidades superiores del ser humano	13
2.2. Exoesqueletos	26
2.3. Redes neuronales	29
3. Modelado del sistema	37
3.1. Robot exoesqueleto MARSE-7	37
3.2. Cinemática directa	41
3.3. Jacobiano del robot	47
3.4. Modelo dinámico	48
4. Control PID para regulación de posición	53
4.1. Análisis del sistema en lazo cerrado	53

4.2. Estabilidad asintótica semiglobal	56
4.3. Simulaciones	56
5. Control PID para seguimiento de trayectorias polinomiales	67
5.1. Análisis del PID variante en el tiempo	67
5.2. Estabilidad práctica semiglobal	72
5.3. Selección y optimización de ganancias	77
5.4. Simulaciones	79
6. Control PID neuronal con enfoque adaptable	83
6.1. Análisis del PID neuronal	84
6.2. Estabilidad práctica	87
6.3. Simulaciones	89
6.4. Resultados Experimentales	93
7. Conclusiones y trabajos futuros	101
7.1. Conclusiones	101
7.2. Trabajos futuros	103
A. Teoría de estabilidad	105

Índice de figuras

2.1. Huesos de la extremidad superior humana.	14
2.2. Movimientos del hombro.	16
2.3. Músculos del manguito rotador.	17
2.4. Músculos del hombro.	19
2.5. Movimientos del codo y del antebrazo.	20
2.6. Músculos del brazo.	21
2.7. Movimientos de la muñeca.	23
2.8. Músculos del antebrazo.	24
2.9. Comparación de un exoesqueleto con un endoesqueleto.	27
2.10. Exoesqueleto robótico.	27
2.11. Neurona biológica.	30
2.12. Comparación de una neurona artificial con una biológica.	31
2.13. Red neuronal unicapa.	32
2.14. Red neuronal multicapa.	34
3.1. Robot exoesqueleto MARSE-7.	38
4.1. Control de la antepulsión/retropulsión con PID para regulación.	57
4.2. Flexión/extensión vertical del hombro con PID para regulación.	58

4.3. Rotación interna/externa del hombro con PID para regulación.	59
4.4. Control de la flexión/extensión del codo con PID para regulación. . .	60
4.5. Pronación/supinación del antebrazo con PID para regulación.	61
4.6. Desviación radial/cubital de la muñeca con PID para regulación. . . .	62
4.7. Control de la flexión/extensión de la muñeca con PID para regulación.	63
4.8. Flexión/extensión horizontal del hombro con fricción.	64
4.9. Rotación interna/externa del hombro con fricción.	64
4.10. Pronación/supinación del antebrazo con fricción.	65
5.1. Flexión/extensión horizontal y vertical del hombro.	80
5.2. Rotación interna/externa del hombro y flexión/extensión del codo. .	81
5.3. Pronación/supinación de antebrazo y abducción/aducción de muñeca.	82
6.1. Primera y segunda articulación con PID clásico.	90
6.2. Articulaciones 1 y 2 con PID neuronal.	91
6.3. Tercera y cuarta articulación con PID clásico.	92
6.4. Articulaciones 3 y 4 con PID neuronal.	93
6.5. Quinta y sexta articulación con PID clásico.	94
6.6. Articulaciones 5 y 6 con PID neuronal.	95
6.7. Flexión/extensión horizontal y vertical MARSE-7 con PID clásico. . .	96
6.8. Flexión/extensión horizontal y vertical MARSE-7 con PID neuronal. .	97
6.9. Codo y rotación del hombro MARSE-7 con PID clásico.	98
6.10. Codo y rotación del hombro MARSE-7 con PID neuronal.	98
6.11. Antebrazo y desviación de la muñeca MARSE-7 con PID clásico. . . .	99
6.12. Antebrazo y desviación de la muñeca MARSE-7 con PID neuronal. .	99

Capítulo 1

Introducción

La reeducación neuromotriz es uno de los nuevos campos de aplicación de la robótica en interacción física. En esta área, se busca concebir equipos que puedan asistir en la realización de ejercicios físicos los movimientos de pacientes con problemas neuromotrices. Uno de los principales objetivos de esta área es diseñar robots capaces de controlar esfuerzos mecánicos, distribuidos a lo largo de las extremidades del paciente durante los movimientos. Esto ha llevado a la comunidad científica a trabajar en el desarrollo de robots exoesqueletos.

Los exoesqueletos son un tipo de robots, los cuales son utilizados para la rehabilitación de personas que sufren alguna enfermedad o discapacidad, la cual está relacionada con la motricidad de alguna extremidad del cuerpo, tal como trastornos cardiovasculares, derrame cerebral, daños en la columna vertebral entre otros tipos de lesiones.

En los últimos años, el desarrollo de tecnologías para la asistencia de personas ha tenido un crecimiento importante, sin embargo todavía existen muchos retos que superar en lo que respecta al diseño de estos sistemas. Estos obstáculos, como por

ejemplo, la falta de un sistema de control sencillo y efectivo, limitan el rendimiento de dichas tecnologías.

1.1. Motivación

El control proporcional derivativo (PD) clásico es el tipo de control más simple que se puede emplear para controlar un robot. En el caso de regulación de posición, se garantiza la estabilidad siempre y cuando exista una ganancia PD grande, sin embargo, cuando se incluyen fuerzas de gravedad y de fricción, el error de posición no tiende a cero.

Este error puede ser eliminado introduciendo un término integral al control PD. El control proporcional integral derivativo (PID), es ampliamente usado en los robots manipuladores industriales. Es muy práctico debido a que no se requiere conocer el modelo del robot y sus parámetros pueden ajustarse de forma fácil y separadamente. Pese a estas ventajas, el PID reduce el ancho de banda del sistema en lazo cerrado y para eliminar el error en estado estable producido por el ruido y las incertidumbres, debe incrementarse la ganancia integral, lo cual afecta al rendimiento en estado transitorio.

El control PID neuronal es una combinación del control PID lineal y una red neuronal, y asegura estabilidad asintótica semiglobal. Sin embargo, según nuestro conocimiento, hasta ahora solamente se han realizado análisis de estabilidad para seguimiento de trayectorias constantes.

Debido a la aplicación de un robot exoesqueleto, es necesario probar que el sistema es estable, no solamente en el caso de regulación de posición, sino también

en el seguimiento de trayectorias polinomiales, puesto que durante los ejercicios de rehabilitación, el robot debe ser capaz de realizar una amplia gama de movimientos diferentes, de una forma estable y segura.

En este trabajo de tesis se busca mostrar la estabilidad práctica del control PID neuronal de robots manipuladores durante el seguimiento de trayectorias polinomiales, es decir, variantes en el tiempo. Para lograr esto se probará la estabilidad del control PID clásico y posteriormente se hará un análisis de estabilidad para el control PID neuronal.

1.2. Estado del arte

En su esfuerzo por diseñar un controlador apropiado para el control de robots manipuladores, la comunidad científica ha realizado investigaciones con controladores PD con compensación adaptable con respecto a los parámetros de gravedad [23], [27], de PD con compensación por gravedad deseada [13], y de PD con compensación en la forma de fuerzas quasi-Coriolis, fuerzas de gravedad y retroalimentación de las fuerzas inerciales [20]. Sin embargo, estos trabajos necesitan información de la estructura del vector de gravedad del robot. También han sido realizados algunos trabajos de control PD no lineal. Por ejemplo, se ha desarrollado un control PD con ganancia variante en el tiempo [22] y un control PD con compensación por retroalimentación [19].

Con el fin de asegurar estabilidad asintótica en el control PID, algunos investigadores han propuesto modificar el PID lineal por uno no lineal. Se ha intentado saturando el PID lineal [1], ha sido incorporado un controlador PID no lineal con una nueva función de saturación [26] y ha sido combinado el control PID con modos deslizantes dinámicos [21]. También se han diseñado controladores PID

con compensación inteligente, los cuales no necesitan un modelo matemático. Entre este tipo de controladores se encuentran el control PID con compensador difuso [18] y el controlador PID difuso [10].

Otras estrategias de control no lineal han sido propuestas. Por ejemplo, ha sido empleado un control basado en una ganancia ficticia [15] y un controlador no lineal adaptable [7]. Incluso, ha sido utilizada una técnica de backstepping con un observador neuronal [6] para estimar las velocidades lineales y angulares de una formación de robots. También se ha utilizado el control inteligente, ya sean controladores a base de redes neuronales [16], [17], así como controladores neurodifusos [4], [8].

En este trabajo de tesis, hemos elegido analizar un controlador PID neuronal puesto que es una técnica sencilla que no requiere que conozcamos la dinámica completa del sistema. Además nos ayuda a compensar los efectos indeseables de la gravedad, la fricción así como cualquier otro efecto que sea nocivo para el buen funcionamiento del sistema.

1.3. Objetivos

- Analizar la estructura de las extremidades superiores del cuerpo humano, estudiar brevemente acerca de los exoesqueletos, así como la teoría acerca de la estructura y la aplicación de las redes neuronales.
- Analizar la cinemática directa y obtener el modelo matemático del robot exoesqueleto de 7 grados de libertad MARSE-7.

- Estudiar y analizar diferentes aproximaciones del control PID aplicado a robots manipuladores y simularlas con el modelo del MARSE-7.
- Diseñar y probar la estabilidad de un control PID neuronal que cumpla con los requerimientos para aplicarse a un robot exoesqueleto (MARSE-7) para la rehabilitación de extremidades superiores, así como reforzar dicha estabilidad con simulaciones y pruebas experimentales.

1.4. Estructura de la tesis

La presente memoria de tesis está estructurada de la siguiente manera:

1. En el capítulo 1 se presenta la introducción, donde se expone la motivación que originó la realización de este trabajo, un breve estudio del estado actual de la investigación del control de los robots manipuladores, los objetivos que se pretenden alcanzar y la manera en que está organizada la memoria de tesis.
2. El capítulo 2 nos muestra los preliminares, que son los conocimientos básicos que se requieren para la comprensión del trabajo expuesto. Entre esos conocimientos preliminares está la estructura de las extremidades superiores del ser humano. Acerca de este tema, veremos los huesos y los músculos que colaboran en la sujeción y el movimiento del hombro, brazo, codo, antebrazo y muñeca de una persona. También daremos una breve introducción acerca de los exoesqueletos y su aplicación en la rehabilitación neuromotriz. Finalmente estudiaremos las bases acerca de las redes neuronales, su estructura y la propiedad universal de aproximación de funciones.
3. En el capítulo 3 analizaremos la cinemática directa de un robot exoesqueleto,

para lo cual utilizaremos la convención de Denavit-Hartenberg. También expondremos la manera de obtener el jacobiano del robot para finalmente estudiar y obtener el modelo matemático del sistema por medio de las ecuaciones de Euler-Lagrange.

4. En el capítulo 4 estudiaremos el controlador PID para el control de robots en el caso de regulación de posición. Este controlador nos proporcionará condiciones suficientes para la selección de las ganancias K_P , K_D y K_I , proporcionando estabilidad asintótica semiglobal al sistema. Estos resultados serán respaldados con simulaciones del sistema.
5. En el capítulo 5 expondremos una variante del control PID, la cual puede ser utilizada para el control de robots en el seguimiento de trayectorias variantes en el tiempo, proporcionándole estabilidad práctica semiglobal. Veremos también la manera de seleccionar y optimizar las ganancias del PID así como algunas simulaciones del sistema utilizando este controlador.
6. En el capítulo 6 analizaremos el controlador PID neuronal, el cual es la suma del controlador PID clásico y un compensador neuronal encargado de contrarrestar los efectos negativos de la gravedad, la fricción y otras perturbaciones indeseadas. Estos resultados serán reforzados por simulaciones y resultados experimentales del exoesqueleto MARSE-7.
7. Finalmente en el capítulo 7 encontraremos las conclusiones de todo lo expuesto anteriormente. También se expondrán algunos trabajos para realizar a futuro.

Capítulo 2

Preliminares

2.1. Estructura de las extremidades superiores del ser humano

Huesos y articulaciones de las extremidades superiores

Los huesos que intervienen en el movimiento de las extremidades o miembros superiores son: la clavícula, el omóplato, el húmero, el cúbito, el radio, los huesos del carpo, los huesos metacarpianos y las falanges (Figura 2.1) .

La clavícula es un hueso largo, que presenta una doble incurvación; colocada entre el esternón y el acromion del omóplato. Funciona como una viga transversal que mantiene la separación entre el hombro y el tórax, oponiéndose así a las fuerzas de contracción de los músculos del hombro y del dorsal ancho. En el cuerpo de la clavícula se insertan poderosos músculos como el músculo esternocleidomastoideo, el cuál ejerce su acción sobre el cuello y la cabeza; y los fascículos claviculares del deltoides y del pectoral mayor, los cuáles actúan sobre los movimientos del brazo.

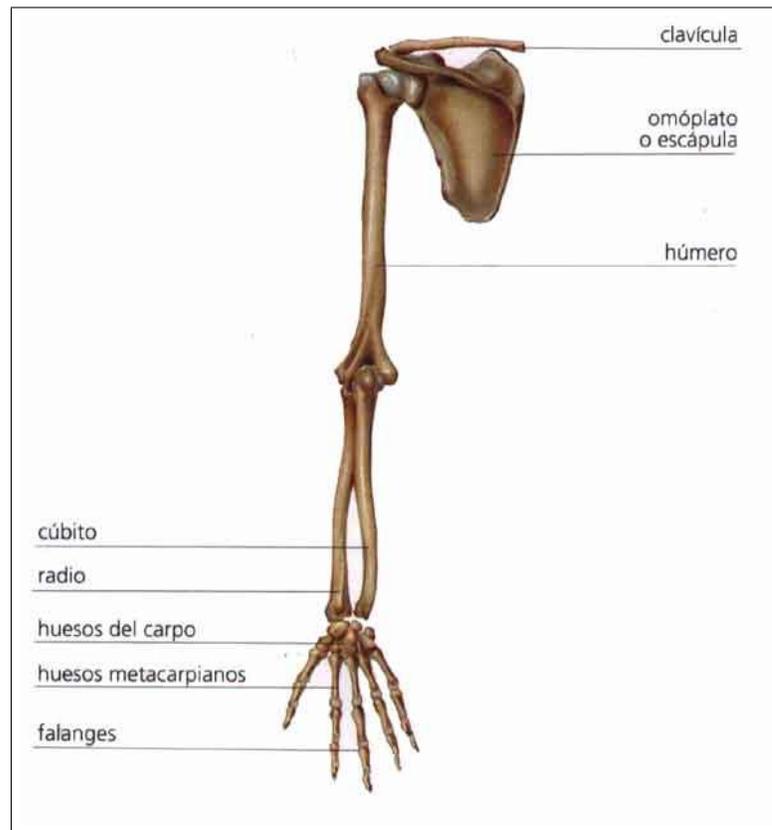


Figura 2.1: Huesos de la extremidad superior humana.

El omóplato, también conocido como escápula, es un hueso de gran tamaño, triangular y plano. Se ubica en la parte posterior del tórax, específicamente en la región comprendida entre la segunda y la séptima costilla. Conecta el húmero con la clavícula y forma la parte posterior de los cinturones del hombro. Consta de un cuerpo, una apófisis coracoides y una espina que tiene en el extremo el acromion.

El húmero es un hueso largo el cual se articula en su extremo superior, por medio de la articulación del hombro o glenohumeral, con el omóplato. En su extremo inferior, el húmero se articula por medio de la articulación del codo con el cúbito y

el radio.

El cúbito, también conocido como ulna, es un hueso largo y paralelo al radio. Tiene un cuerpo y dos extremos. Se sitúa en la parte interna del brazo, entre la tróclea humeral y el carpo. Se articula por la parte superior, con el húmero y con el radio; y por la parte inferior, con el radio y con los huesos del carpo.

El radio es un hueso largo, par y no simétrico. Como en todos los huesos largos, el radio consta de un cuerpo y dos extremos, superior e inferior. Se sitúa por fuera del cúbito, en la parte externa del antebrazo.

El carpo está formado por dos filas de huesos. La primera fila tiene relación con el antebrazo y está formada por el hueso semilunar, el piramidal, el escafoides y el pisiforme. La segunda fila tiene relación con los huesos metacarpianos y está formada por el hueso trapecio, el trapecoide, el ganchoso y el hueso grande. Todos los huesos del carpo se articulan entre ellos por medio de carillas articulares, revestidas de cartílago. Todo el conjunto está unido por varios ligamentos.

El metacarpo es una de las tres partes de las que se componen los huesos de la mano y está formado por los cinco huesos metacarpianos, que son delgados y ligeramente alargados y ocupan toda la palma de la mano.

Las falanges de la mano son huesos largos, en número de tres para cada dedo, exceptuando el pulgar que tiene dos. Comenzando a contar desde el metacarpo, las falanges son llamadas: proximal, media y distal. Cada una consta de una cara anterior y una posterior. También consta de un extremo proximal o superior, y uno distal o inferior.

Músculos del hombro

Los músculos del hombro colaboran a la realización de seis movimientos diferentes del brazo: la antepulsión, la retropulsión, la abducción, la aducción, la rotación interna y la rotación externa (Figura 2.2).

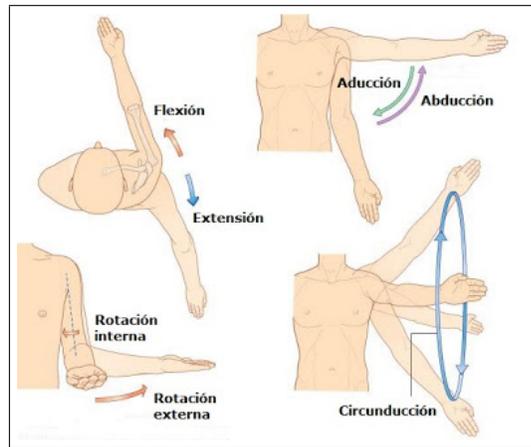


Figura 2.2: Movimientos del hombro.

La antepulsión, también llamada flexión horizontal del hombro o del brazo se efectúa gracias a los músculos deltoides anterior, pectoral mayor y coracobraquial. La retropulsión, que es la extensión horizontal, es realizada por el deltoides posterior, el dorsal ancho y el redondo mayor.

La abducción, comúnmente es conocida como extensión vertical del hombro o del brazo, y se logra gracias al esfuerzo de los músculos deltoides y supraespinoso. Por otro lado, la aducción, es la flexión vertical y los músculos encargados de efectuarla son el subescapular, el dorsal ancho, el pectoral mayor y el redondo mayor.

Los músculos que se encargan de la rotación externa del hombro o del brazo son

el infraespinoso, el redondo menor y el deltoides posterior. Finalmente, la rotación interna es realizada por los músculos subescapular, dorsal ancho, pectoral mayor, redondo mayor y deltoides anterior.

A continuación haremos una breve descripción de los músculos del hombro que participan en los movimientos recién mencionados.

Primeramente, la articulación del hombro posee cuatro músculos cuya función es fundamental, debido a que proporcionan estabilidad al hombro, los cuáles en conjunto se denominan el manguito rotador (Figura 2.3) Estos músculos son el subescapular, el supraespinoso, el infraespinoso y el redondo menor.

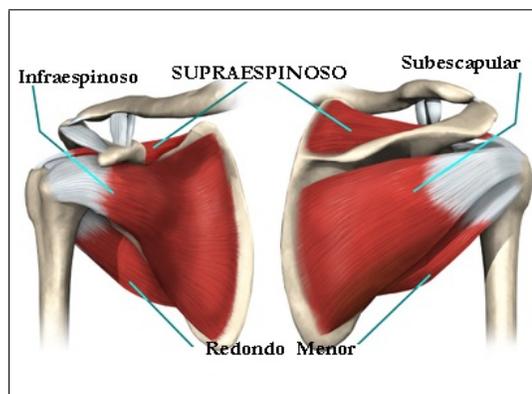


Figura 2.3: Músculos del manguito rotador.

El músculo subescapular nace en la fosa subescapular del omóplato y sus fibras se dirigen hacia el tubérculo menor del húmero, terminando en un tendón. Su función principal es como rotador interno del brazo y participa en la aducción.

El músculo supraespinoso se origina en la fosa supraespinosa del omóplato y termina en la carilla superior del tubérculo mayor del húmero. Su función es la

separación del brazo o abducción.

El músculo infraespinoso nace en la fosa infraespinosa del omóplato y sus fibras, que acaban en un tendón, terminan en la carilla media del tubérculo mayor del húmero. Su función es la rotación externa del brazo y participa un poco en la abducción.

El redondo menor nace en la parte media del borde lateral del omóplato y termina en la carilla inferior del tubérculo mayor del húmero. En ocasiones, un grupo de fibras musculares del músculo redondo menor puede ser fusionado con el infraespinoso. Su función es la rotación externa del brazo.

Aparte de los músculos anteriormente mencionados, la articulación del hombro posee otros músculos importantes (Figura 2.4).

El músculo redondo mayor se origina en la cara posterior del ángulo inferior del omóplato y se inserta en el labio medial del surco intertubercular del húmero. Su función es la aducción y la rotación interna del brazo.

El músculo coracobraquial nace en la punta de la apófisis coracoides y termina en la cara interna de húmero. Su función es la antepulsión y ayuda a la aducción del brazo.

El músculo pectoral mayor tiene dos porciones: la porción clavicular y la porción esternocostal. La porción clavicular nace en la cara anterior de la mitad interna de la clavícula. La porción esternocostal nace en la cara anterior del esternón, en los seis cartílagos costales superiores y en la aponeurosis del músculo oblicuo externo. Ambas caras terminan en el labio lateral del surco intertubercular del húmero. Su función es la aducción y la rotación interna del brazo.

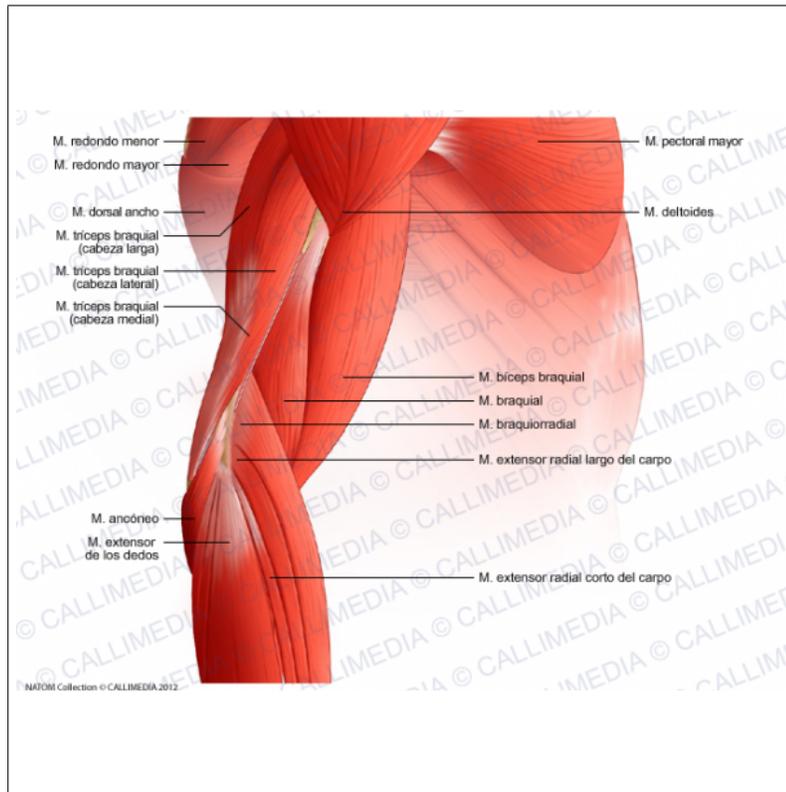


Figura 2.4: Músculos del hombro.

El deltoides es un músculo carnoso que se origina en el tercio lateral de la clavícula, así como también en el acromion y en la espina del omóplato. Se inserta en la tuberosidad deltoidea del húmero. Se divide en tres fascículos: el posterior, el medio y el anterior. El fascículo posterior se encarga de la antepulsión y de la rotación interna del brazo. El fascículo medio se encarga de la abducción del brazo. El fascículo anterior se encarga de la retropulsión y de la rotación interna del brazo.

El músculo dorsal ancho nace en las apófisis espinosas de las seis vértebras torácicas inferiores y en la fascia toracolumbar. Sus fibras se van uniendo en dirección

al suelo del surco intertubercular del húmero, donde terminan. Su función es la retropulsión, la aducción y la rotación interna del brazo.

Músculos del brazo y del antebrazo

La articulación del codo tiene una doble función: por una parte permite la flexión y la extensión del codo y por otro lado permite al antebrazo girar sobre su eje longitudinal (Figura 2.5), dando muchas posibilidades de orientación a la mano.

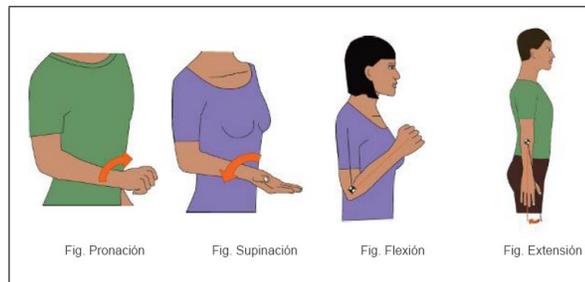


Figura 2.5: Movimientos del codo y del antebrazo.

Se denomina flexión del codo al movimiento que permite acercar las caras anteriores del brazo y del antebrazo. Los músculos flexores del codo son el braquial, el bíceps braquial y el supinador largo o braquiorradial. La vuelta de la flexión a la posición anatómica normal se denomina extensión del codo. El músculo encargado de la extensión del codo es el tríceps braquial.

Considerando, que el codo está flexionado, la pronación del antebrazo hace que la palma de la mano quede mirando hacia abajo y el pulgar hacia adentro. Los músculos que efectúan la pronación son el pronador redondo y el pronador cuadrado. Contrariamente a la pronación, la supinación del antebrazo hace que la palma de la

mano quede mirando hacia arriba y el pulgar hacia afuera. Los músculos encargados de la supinación son los supinadores cortos, los supinadores largos y el bíceps braquial.

Los principales músculos encargados de realizar los movimientos del codo y del antebrazo se describen a continuación (Figuras 2.6 y 2.8).

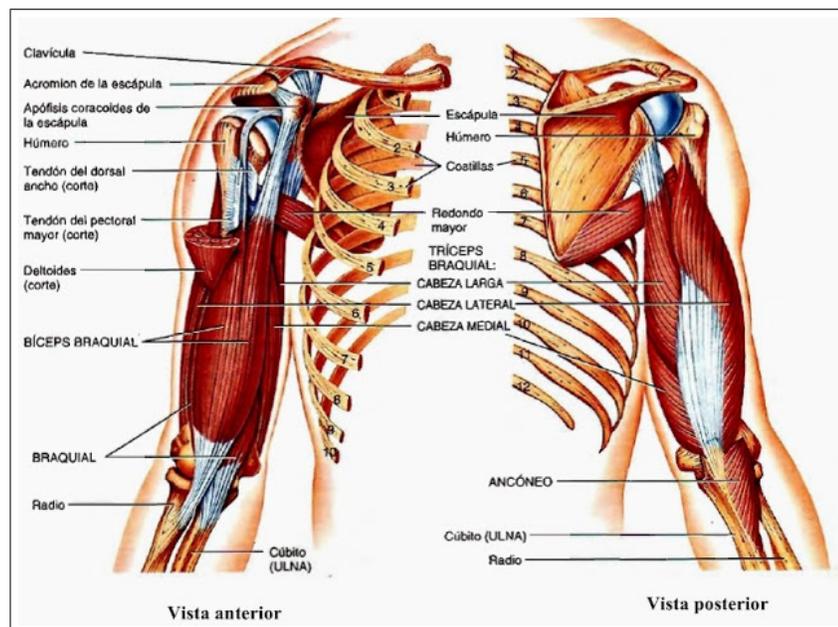


Figura 2.6: Músculos del brazo.

El bíceps braquial consta de dos porciones: la porción larga y la porción corta. La porción larga nace en el tubérculo supraglenoideo del omóplato. La porción corta nace de la punta de la apófisis coracoides del omóplato. Ambas porciones se unen en sentido distal formando un tendón que se inserta en la tuberosidad del radio y en la aponeurosis bicipital de la fascia del antebrazo. Su función es la supinación del antebrazo y la flexión del codo.

El músculo braquial se origina en la mitad distal de la cara anterior del húmero y se inserta en la apófisis coronoides y en la tuberosidad del cúbito. Su función es la flexión del codo.

El tríceps braquial tiene tres porciones. La porción larga o vasto medio, el vasto externo y el vasto interno. El vasto externo se origina sobre el surco para el nervio radial, en la cara posterior del húmero. El vasto medio se origina en el tubérculo infraglenoideo del omóplato. El vasto interno nace bajo el surco para el nervio radial, en la cara posterior del húmero. Las tres porciones se reúnen y terminan en el extremo proximal del olecranon del cúbito y en la fascia del antebrazo. Su función es la extensión del codo.

El músculo supinador se origina en el epicóndilo lateral del húmero, en el ligamento colateral radial, en el ligamento anular del radio y en la fosa bicipital del cúbito. Se inserta en las caras lateral, posterior y anterior del tercio proximal del radio. Su función es la supinación del antebrazo.

El músculo braquiorradial o supinador largo se origina en los dos tercios proximales de la cresta supraepicondilar lateral del húmero y se inserta en la cara lateral del extremo distal del radio. Su función es la flexión del codo.

El pronador redondo tiene dos porciones: la porción humeral y la porción cubital. La porción humeral nace en el origen del flexor común, en el epicóndilo interno. La porción cubital nace en la apófisis coronoides del cúbito. Ambas porciones se insertan en la mitad de convexidad de la cara lateral del radio. Su función es la pronación del antebrazo y la flexión del codo.

El pronador cuadrado se encuentra en el área del carpo. Se origina en el cuarto distal de la cara anterior del cúbito y se inserta en el cuarto distal de la cara anterior

del radio. Es ahí donde se une el radio con el cúbito. Su función es la pronación del antebrazo.

Actuadores de la muñeca y de la mano

Los movimientos que puede efectuar la muñeca son la flexión, la extensión, la desviación radial y la desviación cubital. Estos movimientos son realizados gracias a la acción de músculos como los cubitales, los radiales, el palmar menor, el palmar mayor, los radiales, los flexores y los extensores (Figura 2.7).

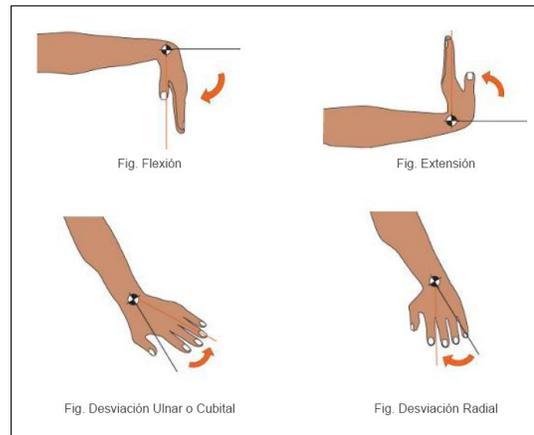


Figura 2.7: Movimientos de la muñeca.

La flexión es el acercamiento de las caras anteriores del antebrazo y de la mano. Este movimiento es efectuado por los músculos: cubital anterior, palmar menor o palmar largo y palmar mayor. La extensión es el movimiento que acerca las caras posteriores del antebrazo y de la mano y es realizada por el primer y el segundo músculo radial, el flexor común profundo de los dedos, así como por el cubital posterior, también conocido como extensor cubital del carpo.

La desviación o inclinación radial, que también es conocida como abducción, es el movimiento que acerca los bordes externos de la mano y del antebrazo. El músculo encargado de la abducción es el flexor radial del carpo o palmar mayor. La desviación o inclinación cubital, llamada también aducción es el movimiento que acerca los bordes internos de mano y del antebrazo. Este movimiento está a cargo del músculo cubital anterior, llamado también flexor cubital del carpo.

A continuación serán descritos brevemente los músculos responsables de la motricidad de la muñeca (Figura 2.8).

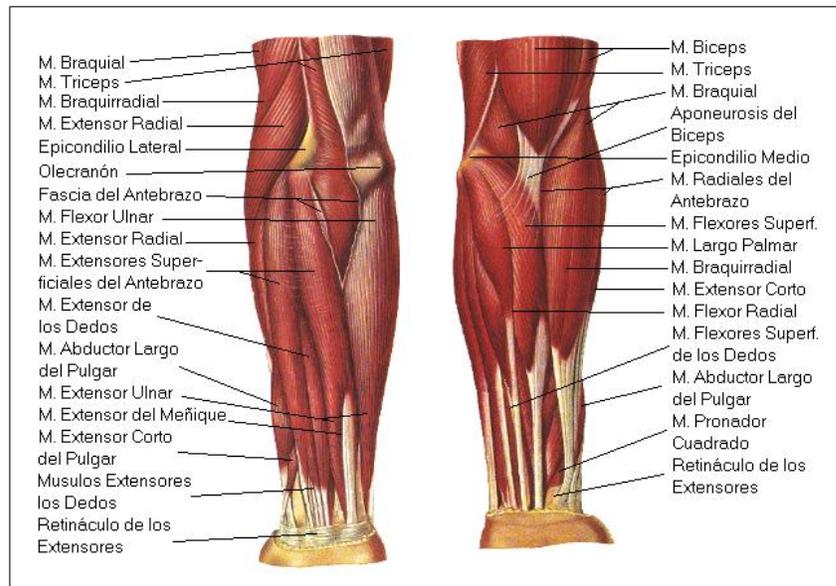


Figura 2.8: Músculos del antebrazo.

El músculo flexor cubital (ulnar) del carpo o cubital anterior se encuentra en el borde interno y anterior del antebrazo. Posee dos porciones: una porción humeral y una porción cubital. La porción humeral se origina en la epitroclea humeral. La

porción cubital se origina en el olécranon y en el borde posterior del cúbito. Ambas porciones se insertan en los huesos ganchoso y pisiforme del carpo y en el quinto metacarpiano. Su función es la flexión y la aducción de la muñeca.

El músculo extensor cubital (ulnar) del carpo o cubital posterior es un músculo largo y fusiforme que se encuentra en la región posterior del antebrazo. Se origina en el epicóndilo lateral del húmero y en el borde posterior del cúbito y se inserta en la cara dorsal de la base del quinto metacarpiano. Su función es la extensión y la aducción de la muñeca.

El músculo flexor radial del carpo o palmar mayor es un músculo del antebrazo que se encuentra pegando al braquiorradial. Este músculo se origina en la epitroclea humeral y se inserta en la base del segundo metacarpiano. Su función es la flexión y la abducción de la muñeca.

El músculo palmar menor, también conocido como palmar largo, se encuentra situado delante del palmar mayor. También se origina en la epitroclea humeral y se inserta en el vértice de la aponeurosis palmar y en la mitad distal del retináculo flexor. Su función es la flexión de la muñeca.

El músculo extensor radial largo del carpo se encuentra debajo del braquiorradial y encima del extensor radial corto del carpo. Se origina en la cresta supraepicondilar lateral del húmero y se inserta en la cara dorsal de la base del segundo metacarpiano. Su función es la extensión y la abducción de la muñeca.

El músculo extensor radial corto del carpo se encuentra debajo del extensor radial largo del carpo. Nace en el origen del extensor común del epicóndilo lateral del húmero y se inserta en la cara dorsal de la base del tercer metacarpiano.

El flexor común profundo de los dedos se origina en la cara anterior del tercer cuarto proximal del cúbito. Se inserta mediante cuatro tendones que se separan al pasar por la muñeca en la base de la tercera falange de los últimos cuatro dedos.

Los dedos de las manos pueden ejecutar movimientos de flexión y de extensión. Estos movimientos pueden efectuarse gracias al músculo flexor común profundo de los dedos, al flexor común superficial, al extensor común profundo y al extensor propio del índice.

2.2. Exoesqueletos

Se llama exoesqueleto al esqueleto externo que recubre, protege y soporta el cuerpo de un ser vivo, en contraste con el esqueleto interno o endoesqueleto (Figura 2.9). Todos los animales artrópodos, es decir, los arácnidos como arañas y escorpiones, los insectos como saltamontes y cucarachas, los crustáceos como langostas y camarones, y los miriápodos como ciempiés y milpiés tienen toda la superficie de su cuerpo recubierta por un exoesqueleto.

Este exoesqueleto está formado por componentes rígidos y resistentes, los cuales los protegen, les sirven como medio de respiración y les proporcionan el sostén que necesitan para el buen funcionamiento de su aparato muscular.

Exoesqueletos robóticos

Un exoesqueleto mecánico o exoesqueleto robótico (Figura 2.10) es esencialmente una estructura fabricada para ser portada sobre el cuerpo humano como si fuera una prenda de vestir, la cual funciona como apoyo y es utilizada en la asistencia de los movimientos y/o en el mejoramiento de las capacidades del cuerpo humano. Estos

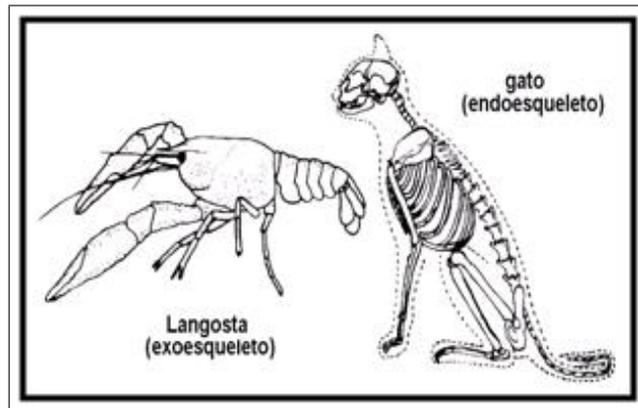


Figura 2.9: Comparación de un exoesqueleto con un endoesqueleto.

exoesqueletos pueden ser pasivos o activos, es decir que contengan o no actuadores para el movimiento y por lo tanto necesiten o no un sistema de control asociado al accionamiento de dichos actuadores.



Figura 2.10: Exoesqueleto robótico.

Un exoesqueleto robótico o robot exoesqueleto está formado básicamente por un armazón externo (comparable al exoesqueleto de un insecto) y por un sistema

de motores eléctricos o hidráulicos, los cuales proporcionan al menos parte del movimiento de las extremidades. El exoesqueleto robótico colabora en el movimiento de su portador y en la realización de cierto tipo de actividades, como por ejemplo, cargar su peso.

El diseño de estos mecanismos, se concibe con la ayuda de distintas disciplinas como la medicina, la electrónica, la física y la mecánica [3]. Dentro del área electrónica, se reconocen a la instrumentación y al control como partes fundamentales del sistema; la instrumentación, se encarga de recabar la información útil para ser transmitida a un procesador central, el cual contiene las estrategias de control necesarias para la toma de decisión de acuerdo con la información recolectada. Es importante que esta información sea confiable y los principios utilizados deben ser los apropiados para cada aplicación.

La mayoría de la investigación y del desarrollo de los exoesqueletos se han concentrado en solucionar los problemas relacionados con las extremidades inferiores del cuerpo humano. Sin embargo, también existen algunos esfuerzos que se concentran en las extremidades superiores, como los brazos y las manos, incluyendo las articulaciones del codo, el hombro, las muñecas y los dedos.

Como ya lo hemos mencionado, gran parte de los robots exoesqueletos son diseñados para ser utilizados en las extremidades inferiores, pues éstas son las más vulnerables a lesionarse y son ellas las que soportan la mayor parte del peso del ser humano. Estos exoesqueletos buscan solucionar muchos de los problemas causados por dichas lesiones o por algunas patologías. Así también, buscan mejorar las capacidades físicas del ser humano.

Otros exoesqueletos se diseñan para utilizarse en el brazo, incluyendo las

articulaciones del hombro y del codo. En esta área, existen robots que ayudan en la rehabilitación de personas, otros que participan en el mejoramiento de las capacidades físicas del ser humano y también los que permiten la interacción con ambientes virtuales para cumplir diferentes objetivos.

2.3. Redes neuronales

Las redes neuronales artificiales son modelos simplificados basados en las redes neuronales biológicas, las cuales tratan de imitar las capacidades del cerebro humano en la resolución de problemas, tales como la visión, el reconocimiento de patrones, el control sensorial-motriz, etc. Una red neuronal artificial es la suma de procesadores operando en paralelo capaces de almacenar datos experimentales.

La unidad fundamental de una red neuronal biológica es la neurona. La neurona (Figura 2.11) es una célula que puede ser excitada eléctricamente y que procesa información y la transmite por medio de señales eléctricas y químicas. Las neuronas tienen tres partes principales: dendritas, soma y axón. Las dendritas son fibras que envían señales eléctricas al cuerpo de las neuronas. El soma (cuerpo celular) suma las señales eléctricas que recibe. El axón envía señales del cuerpo de las neuronas a otras neuronas.

En las redes neuronales artificiales, la neurona es la unidad fundamental de procesamiento y de información. En las neuronas pueden identificarse los siguientes elementos [11]:

1. Un conjunto de sinapsis (terminales conectoras), cada una de ellas caracterizada por un peso de sí misma. Particularmente, una señal x_j en la entrada de la

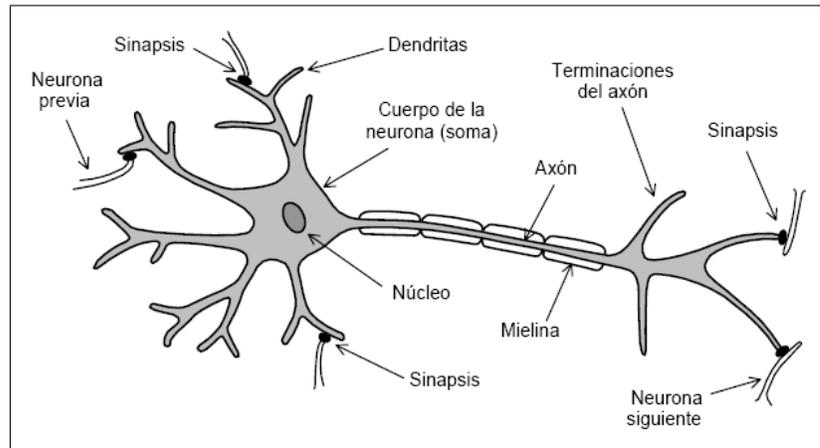


Figura 2.11: Neurona biológica.

sinapsis j , conectada a una neurona, es multiplicada por el peso sináptico w_j .

2. Un sumador de las señales de entrada, pesadas por las sinapsis de la neurona.
3. Una función de activación para limitar la amplitud de salida de una neurona. Habitualmente, el rango de amplitud normalizado de salida de una neurona se escribe como un intervalo cerrado $[0, 1]$ o alternativamente $[-1, 1]$.

La Figura 2.12 muestra el modelo de una neurona artificial y compara cada uno de sus elementos con los de una neurona biológica. Este modelo incluye también un umbral, el cual aumenta o disminuye la entrada de la función de activación dependiendo si es positivo o negativo respectivamente.

El modelo matemático de una neurona puede describirse con el par de ecuaciones siguientes

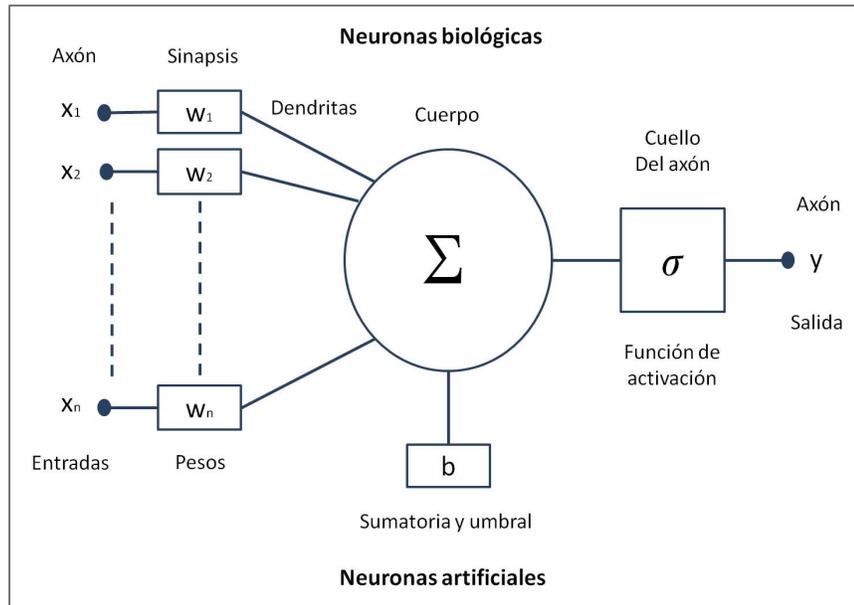


Figura 2.12: Comparación de una neurona artificial con una biológica.

$$u = \sum_{j=1}^n w_j x_j \quad (2.1)$$

$$y = \sigma(u + b) \quad (2.2)$$

donde x_1, x_2, \dots, x_n son las señales de entrada; w_1, w_2, \dots, w_n son los pesos sinápticos de la neurona; u es la salida de la sumatoria; b es el umbral; $\sigma(\cdot)$ es la función de activación y y es la señal de salida de la neurona.

La ecuación (2.2) puede reescribirse de forma matricial

$$y = \sigma(\mathbf{w}\mathbf{x} + b) \quad (2.3)$$

donde $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$ es un vector fila cuyos elementos son los pesos sinápticos de la neurona y $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es el vector columna de las entradas.

Red neuronal de una capa

Las redes neuronales se organizan por capas. En este sentido, la más sencilla es la red neuronal unicapa (Figura 2.13). Dicha red está formada por una capa de n nodos de entrada, los cuales son operados por m neuronas para obtener una capa de m nodos de salida.

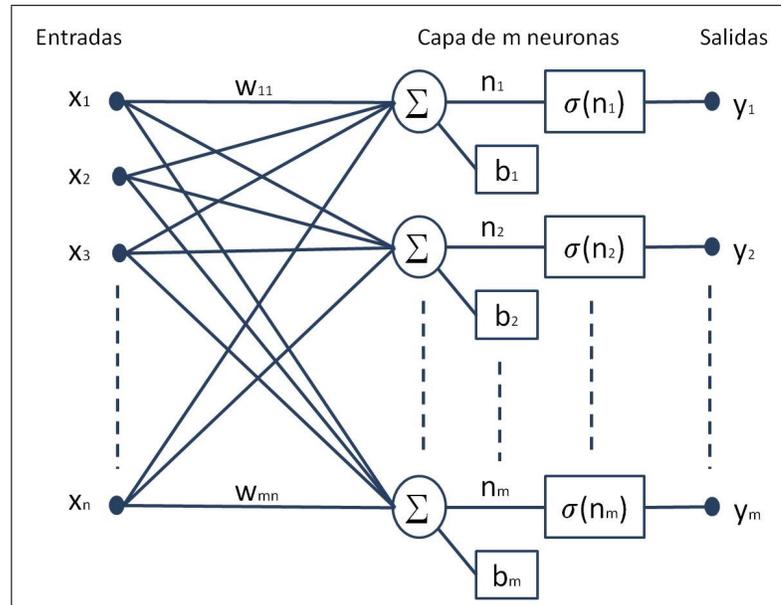


Figura 2.13: Red neuronal unicapa.

Una red neuronal unicapa puede describirse matricialmente por medio de la ecuación

$$\mathbf{y} = \sigma(\mathbf{W}^T \mathbf{x} + \mathbf{b}) \quad (2.4)$$

donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las señales de entrada, $W \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es la matriz de pesos sinápticos, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de los umbrales de cada una de las neuronas y $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de las señales de salida.

Red neuronal multicapa

El segundo tipo de redes neuronales es la red neuronal multicapa. Esta red se distingue por la presencia de una o más capas ocultas las cuales son operadas por neuronas ocultas. En un sentido amplio, agregando una o más capas ocultas, la red adquiere una perspectiva global debido al conjunto adicional de conexiones sinápticas y a la dimensión adicional de interacciones neuronales.

En la Figura 2.14 podemos observar una red neuronal multicapa. Esta red neuronal tiene dos capas y no tiene conexiones internas de retroalimentación, por lo cual es nombrada con el término en inglés “feedforward” y puede expresarse de la siguiente manera

$$\mathbf{y} = \sigma_2 (W^T \sigma_1 (V^T \mathbf{x} + \mathbf{b}_1) + \mathbf{b}_2) \quad (2.5)$$

donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las señales entrada, $V \in \mathbb{R}^{p \times n}$ es la matriz de pesos sinápticos de la primera capa o capa oculta, $W \in \mathbb{R}^{m \times p}$ es la matriz de pesos sinápticos de la segunda capa o capa de salida, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de las señales de salida, $\mathbf{b}_1 \in \mathbb{R}^p$ y $\mathbf{b}_2 \in \mathbb{R}^m$ son los vectores de los umbrales de cada una de las neuronas de la primera y segunda capa respectivamente y $\sigma_1(\cdot)$, $\sigma_2(\cdot)$ son las funciones de activación de las capas oculta y de salida respectivamente.

La ecuación (2.5) puede reescribirse de la forma

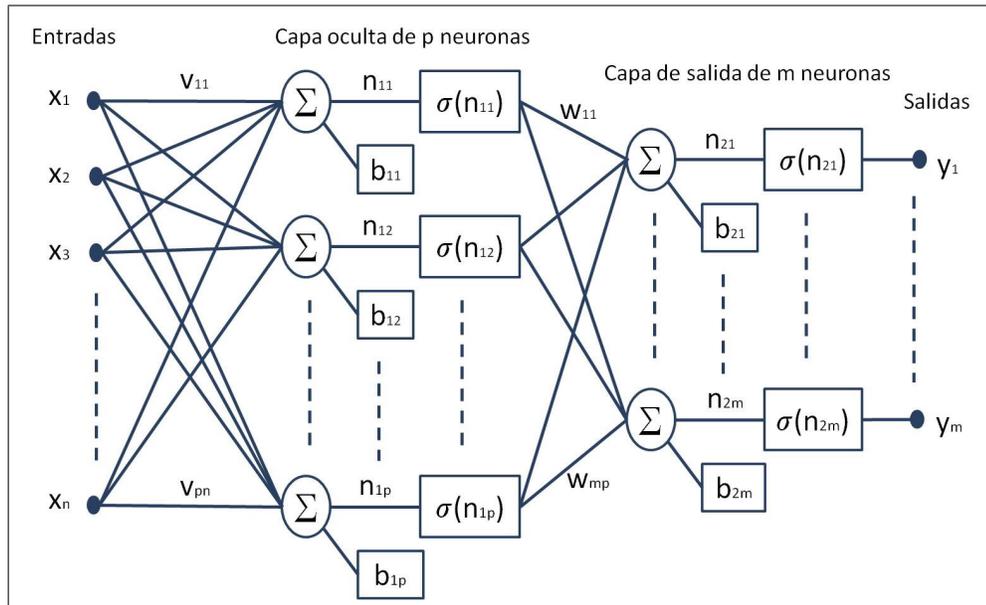


Figura 2.14: Red neuronal multicapa.

$$\mathbf{y} = W^T \sigma(V^T \mathbf{x}) \quad (2.6)$$

donde $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = I$ y los umbrales están incluidos en las primeras columnas de las matrices W y V . Para lograr este arreglo, los vectores \mathbf{x} y $\sigma(\cdot)$ son aumentados colocando el término unitario como su primer elemento.

Propiedad universal de aproximación de funciones

Una propiedad importante de nuestro interés de las redes neuronales es la propiedad universal de aproximación de funciones [16].

Sea $f(x)$ una función suave general $\mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R}^m$. Entonces, puede mostrarse que, siempre que x esté restringida a un conjunto compacto $S \subset \mathbb{R}^n$, existen pesos

sinápticos y umbrales tales que tenemos

$$f(x) = W^T \sigma(V^T \mathbf{x}) + \phi \quad (2.7)$$

para algún número de L neuronas de una capa oculta. El valor ϕ es el error de aproximación funcional de la red neuronal, y generalmente disminuye conforme L aumenta. De hecho, para cualquier número positivo ϕ_N , puede encontrarse una red neuronal feedforward tal que

$$\|\phi\| < \phi_N \quad (2.8)$$

para toda $x \in S$.

Las matrices W y V necesarias para obtener la mejor aproximación de una función no lineal $f(x)$ dada no son fáciles de determinar. Sin embargo, todo lo que se necesita saber para propósitos de control es que, para un valor específico de ϕ_N , existen algunos pesos sinápticos aproximados ideales. Por tanto, un estimado de $f(x)$ puede ser dado por

$$\hat{f}(x) = \hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T \mathbf{x}) \quad (2.9)$$

donde \hat{W} y \hat{V} son estimados de los pesos sinápticos ideales provistos por algún algoritmo de aprendizaje.

El error de estimación funcional se define como

$$\tilde{f} = f - \hat{f} \quad (2.10)$$

los errores de estimación de los pesos sinápticos como

$$\tilde{W} = W - \hat{W} \tag{2.11}$$

$$\tilde{V} = V - \hat{V} \tag{2.12}$$

y el error de salida de la capa oculta como

$$\tilde{\sigma} = \sigma - \hat{\sigma} \equiv \sigma(V^T \mathbf{x}) - \sigma(\hat{V}^T \mathbf{x}) \tag{2.13}$$

Capítulo 3

Modelado del sistema

En esta sección se mostrará una breve descripción del robot MARSE-7, analizaremos su cinemática directa, así como también veremos la forma de obtener su jacobiano y finalmente su modelo dinámico.

3.1. Robot exoesqueleto MARSE-7

La ÉTS (École de Technologie Supérieure) ha desarrollado un exoesqueleto de 7 grados de libertad capaz de proveer rehabilitación de tipo pasiva. Este robot, el cual fue llamado MARSE-7 (motion assistive rehabilitation robotic-exoskeleton for superior extremity), puede ofrecer rehabilitación en el movimiento de las articulaciones del hombro, codo, antebrazo y muñeca.

El diseño del MARSE-7 (Figura 3.1) está basado en la anatomía y la biomecánica de las extremidades superiores del cuerpo humano. Este robot está hecho de aluminio para tener una estructura ligera y resistente. Así también posee un amplio rango de movimiento, y puede ser fijado y removido fácilmente.

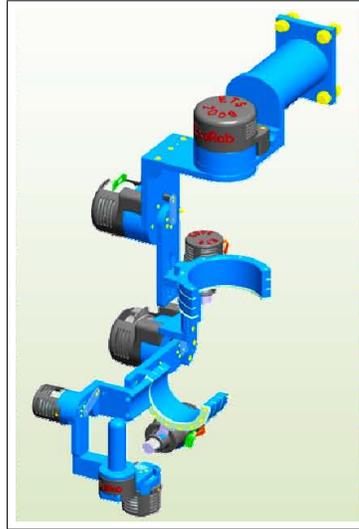


Figura 3.1: Robot exoesqueleto MARSE-7.

El MARSE-7 está diseñado para colocarse en la parte lateral de cualquier extremidad superior y de esa manera proveer un movimiento natural a las articulaciones. Está compuesto por 3 partes principales:

- El asistente de movimiento de hombro, el cual tiene 3 grados de libertad y provee movimiento de flexión/extensión horizontal y vertical, y rotación interna/externa de la articulación del hombro.
- El asistente de movimiento de codo y antebrazo, el cual posee 2 grados de libertad y está encargado de la flexión/extensión del codo y de la pronación/supinación del antebrazo.
- El asistente de movimiento de muñeca, el cual tiene 2 grados de libertad y es el responsable de la desviación radial/cubital y de la flexión/extensión de la muñeca.

Las características principales de los motores utilizados en el exoesqueleto MARSE-7 se muestran en la Tabla 3.1.

Actuadores			
<i>Maxon (sin escobillas)</i>		<i>EC-90, Flat 90W</i>	<i>EC-45, Flat 30W</i>
		<i>(Articulac. 1,2,4)</i>	<i>(Articulac. 3,5-7)</i>
Voltaje nominal (V)		24	12
Velocidad nominal (rpm)		2650	2860
Torque nominal (mNm)		387	59
Vel. máx. permitida (rpm)		5000	10000
Const. de torque (mNm/A)		70.5	25.5
Torque máximo (mNm)		4670	255
Peso (g)		648	88
Reductores armónicos			
<i>CSF-</i>	<i>2UH-17-120-F</i>	<i>2XH-14-100-F</i>	<i>2XH-11-100-F</i>
	<i>(Articulac. 1,2)</i>	<i>(Articulación 4)</i>	<i>(Articulac. 3,5-7)</i>
Torque a 2000 rpm (Nm)	24	7.8	5
Torque máx. breve (Nm)	86	54	25
Torque máx. repetido (Nm)	54	28	11
Torque promedio (Nm)	39	11	8.9
Relación de transmisión	120	100	100

Tabla 3.1: Características principales de los motores.

Por seguridad de los usuarios, cada articulación del MARSE-7 posee un freno mecánico para limitar el ángulo de rotación a un rango igual a los límites anatómicos

de las articulaciones del ser humano. Estos rangos de movimiento también están definidos en el algoritmo de control.

El espacio de trabajo del MARSE-7 se resume en la Tabla 3.2.

Articulaciones	Tipos de Movimiento	Espacio de trabajo
	<i>Articulación del Hombro</i>	
<i>Articulación 1</i>	Flexión horizontal	-25°
	Extensión horizontal	90°
<i>Articulación 2</i>	Flexión vertical	0°
	Extensión vertical	140°
<i>Articulación 3</i>	Rotación interna	-85°
	Rotación externa	75°
	<i>Codo y Antebrazo</i>	
<i>Articulación 4</i>	Flexión	120°
	Extensión	0°
<i>Articulación 5</i>	Pronación	-85°
	Supinación	85°
	<i>Articulación de la Muñeca</i>	
<i>Articulación 6</i>	Desviación radial	20°
	Desviación cubital	-25°
<i>Articulación 7</i>	Flexión	60°
	Extensión	-50°

Tabla 3.2: Rangos de movimiento.

Los parámetros del MARSE-7 respecto al referencial de base, los cuáles son indispensables en el modelado del robot, se muestran en la Tabla 3.3.

Articulación	Masa (Kg)	Centro de Masa (m)	Longitud del eslabón (m)
1	3.475	0.0984	0.145
2	3.737	0.1956	0
3	0	0	0.25
4	2.066	0.163	0
5	0	0	0.267
6	0.779	0.121	0
7	0.496	0.0622	0

Tabla 3.3: Parámetros estructurales del MARSE-7.

3.2. Cinemática directa

El estudio de la cinemática de robots se refiere a todas las propiedades geométricas y basados en el tiempo del movimiento, como la posición, la velocidad, la aceleración y todas las derivadas de alto orden de las variables de posición, sin tomar en cuenta la fuerza que los causa [5].

La cinemática directa del robot exoesqueleto MARSE-7 se obtiene por medio de la convención modificada de Denavit-Hartenberg (DH). El eslabón i puede ser descrito por los parámetros de Denavit-Hartenberg. Éstos son: su ángulo θ_i , su desviación

d_i , su longitud a_i , y su torsión α_i . De acuerdo con la convención DH [25], éstos parámetros deben cumplir la siguientes definiciones:

- θ_i es el ángulo que va del eje x_{i-1} al eje x_i , medido alrededor del eje z_{i-1} . En este caso, como todas las articulaciones son rotacionales, el ángulo θ_i siempre es variable.
- d_i es la distancia desde el origen o_{i-1} a la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i , medida a lo largo del eje z_{i-1} .
- a_i es la distancia desde el origen o_i a la intersección del eje x_i con el eje z_{i-1} , medida a lo largo del eje x_i .
- α_i es el ángulo que va del eje z_{i-1} al eje z_i , medido alrededor del eje x_i .

Para obtener la cinemática directa de un robot, es necesario hacer la asignación de los referenciales de cada eslabón. Para lograr esto, es prudente seguir los siguientes pasos.

1. Asignamos y etiquetamos los ejes z_0, z_1, \dots, z_{n-1} correspondientes a cada una de las articulaciones. En el caso del MARSE-7, puesto que todas las articulaciones son rotacionales, debemos fijar el eje z_{i-1} en el eje de rotación de la articulación i .
2. Localizamos el referencial de base. Para esto, primero debemos colocar el origen en algún punto del eje z_0 . Posteriormente, debemos colocar los ejes x_0, y_0 de manera que formen un referencial derecho. Para los eslabones $i = 1, \dots, n - 1$ debemos seguir los pasos 3 al 5.

3. Localizamos el punto donde la línea normal común entre los ejes z_{i-1} , z_i interceptan al eje z_i . Asignamos el origen o_i a esta intersección. Este origen pertenece a la articulación $i + 1$. Si los ejes z_{i-1} , z_i son paralelos, localizamos entonces el origen o_i en la articulación $i + 1$. Si z_{i-1} , z_i se interceptan, colocamos o_i en la intersección o bien a lo largo de z_i .
4. Establecemos el eje x_i a lo largo de la línea normal común entre los ejes z_{i-1} , z_i que pasa por el origen o_i , o en la dirección normal al plano z_{i-1} , z_i si estos ejes se interceptan.
5. Asignamos el eje y_i para completar un referencial derecho.
6. Localizamos el referencial $o_n x_n y_n z_n$. Puesto que la última articulación es rotacional, establecemos z_n a lo largo de la dirección del eje z_{n-1} . Asignamos el origen o_n convenientemente a lo largo de z_n , de preferencia en la punta del último eslabón. Establecemos los ejes x_n , y_n de manera que formen un referencial derecho.

Los parámetros modificados de Denavit-Hartenberg correspondientes a la disposición de los referenciales de los eslabones del MARSE-7 se condensan en la Tabla 3.4.

Eslabón (i)	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$-\pi/2$	d_1	q_1
2	0	$\pi/2$	0	q_2
3	0	$-\pi/2$	d_3	q_3
4	0	$\pi/2$	0	q_4
5	0	$-\pi/2$	d_5	q_5
6	0	$-\pi/2$	0	$q_6 - \pi/2$
7	0	0	0	q_7

Tabla 3.4: Parámetros modificados de Denavit-Hartenberg.

Ahora bien, sabemos que la forma general de la transformación homogénea que transforma las coordenadas de un punto del referencial $\{i\}$ al referencial $\{i-1\}$ es

$$A_i = \begin{bmatrix} & & & & \\ & R_{i-1}^i & & \mathbf{d}_{i-1}^i & \\ & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde R_{i-1}^i es la matriz de rotación que expresa la orientación del referencial $\{i\}$ respecto al referencial $\{i-1\}$ y puede expresarse como

$$R_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

y \mathbf{d}_{i-1}^i es el vector que ubica el origen del referencial $\{i\}$ respecto al referencial $\{i-1\}$ y puede expresarse como

$$\mathbf{d}_{i-1}^i = \begin{bmatrix} a_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i & d_i \end{bmatrix}^T \quad (3.3)$$

Haciendo uso de la ecuaciones matriciales (3.1) - (3.3), podemos encontrar la matriz individual de transferencia homogénea que relaciona dos referenciales sucesivos. De esta manera encontramos

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & 0 & \sin q_2 & 0 \\ \sin q_2 & 0 & -\cos q_2 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos q_3 & 0 & -\sin q_3 & 0 \\ \sin q_3 & 0 & \cos q_3 & 0 \\ & -1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} \cos q_4 & 0 & \sin q_4 & 0 \\ \sin q_4 & 0 & -\cos q_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} \cos q_5 & 0 & -\sin q_5 & 0 \\ \sin q_5 & 0 & \cos q_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} \cos (q_6 + \pi/2) & 0 & -\sin (q_6 + \pi/2) & 0 \\ \sin (q_6 + \pi/2) & 0 & \cos (q_6 + \pi/2) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_7 = \begin{bmatrix} \cos q_7 & -\sin q_7 & 0 & 0 \\ \sin q_7 & \cos q_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz de transformación homogénea que transforma las coordenadas de un punto del referencial $\{7\}$ al referencial $\{0\}$ puede obtenerse multiplicando las matrices individuales de transformación

$$T_0^7 = [A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 \cdot A_6 \cdot A_7] \quad (3.4)$$

la cual representa la posición y orientación del referencial final $\{7\}$ con respecto al referencial de base $\{0\}$.

3.3. Jacobiano del robot

El Jacobiano de un robot de n articulaciones es la matriz que relaciona sus velocidades lineal y angular [25]. El Jacobiano $J_0^n \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ puede obtenerse a partir de la siguiente expresión

$$J_0^n = \begin{bmatrix} J_{\mathbf{v}} \\ J_{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

donde los elementos $J_{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^{3 \times n}$ y $J_{\boldsymbol{\omega}} \in \mathbb{R}^{3 \times n}$ son sus componentes de velocidad lineal y angular respectivamente. Puesto que todas las articulaciones del robot MARSE-7 son rotacionales, el componente de velocidad angular $J_{\boldsymbol{\omega}}$ puede calcularse como

$$J_{\boldsymbol{\omega}} = [z_0 \dots z_{n-1}] \quad (3.6)$$

donde, utilizando la matriz de rotación R_0^{i-1} , podemos obtener

$$z_{i-1} = R_0^{i-1} \mathbf{k}; \quad z_0 = \mathbf{k} = [0, 0, 1]^T \quad (3.7)$$

El componente de velocidad lineal $J_{\mathbf{v}}$ del Jacobiano es dado por

$$J_{\mathbf{v}} = [J_{v_1} \dots J_{v_n}] \quad (3.8)$$

Recordando nuevamente que las articulaciones del MARSE-7 son rotacionales, podemos definir cada columna

$$J_{v_i} = z_{i-1} \times (\mathbf{o}_n - \mathbf{o}_{i-1}) \quad (3.9)$$

donde \mathbf{o}_i denota al vector \mathbf{d}_0^i .

Por lo anterior, podemos afirmar que el Jacobiano de un robot cuyas articulaciones son todas rotacionales puede expresarse como

$$J = [J_1 \dots J_n] \quad (3.10)$$

donde cada columna J_i está dada por

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (\mathbf{o}_n - \mathbf{o}_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

3.4. Modelo dinámico

Si definimos las funciones K como la energía cinética, V como la energía potencial y $L = K - V$ como el Lagrangiano [9], y suponemos que existe una función u_j , tal que la j -ésima fuerza generalizada ψ_j

$$\psi_j = -\frac{\partial V}{\partial q_j} + u_j \quad (3.12)$$

entonces, el modelo dinámico de un robot exoesqueleto puede derivarse de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} &= \psi_j, \quad j = 1, \dots, n \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} &= u_j \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde la energía cinética de todo el robot puede expresarse como

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T \sum_{i=1}^n \left[m_i J_{\mathbf{v}_{ci}}(q)^T J_{\mathbf{v}_{ci}}(q) + J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q) \right] \dot{q} \quad (3.14)$$

Es decir, la energía cinética K es una función cuadrática del vector \dot{q} y puede definirse como

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n d_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (3.15)$$

donde $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia, la cual es simétrica definida positiva para toda $q \in \mathbb{R}^n$. Puesto que ya se ha dicho que el Lagrangiano $L = K - V$, donde la energía potencial $V = V(q)$ es independiente de $\dot{q} \in \mathbb{R}^n$, entonces

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n d_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j - V(q) \quad (3.16)$$

Podemos calcular convenientemente las derivadas y derivadas parciales del lagrangiano

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} &= \sum_j^n d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j}^n \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j \\ \frac{\partial L}{\partial q_k} &= \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial V}{\partial q_k} \end{aligned} \quad (3.17)$$

las cuales, sustituyéndolas en las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange (3.13) nos dan la expresión

$$\sum_j^n d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j}^n \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_j + \frac{\partial V}{\partial q_k} = u_k \quad (3.18)$$

la cual, gracias a la propiedad de simetría, puede reescribirse como

$$\sum_j^n d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j + \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_j + \frac{\partial V}{\partial q_k} = u_k \quad (3.19)$$

De la ecuación anterior, vemos finalmente que las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange pueden expresarse de la siguiente forma

$$\sum_j^n d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j}^n c_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + \phi_k(q) = u_k, \quad k = 1, \dots, n \quad (3.20)$$

donde los términos correspondientes a c_{ijk} se conocen como los símbolos de Christoffel

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right] \quad (3.21)$$

y los vectores ϕ_k son dados por

$$\phi_k = \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (3.22)$$

Ahora bien, de la expresión (3.20) obtenemos el modelo matemático de un robot manipulador

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = u \quad (3.23)$$

donde $q \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las posiciones de las articulaciones, $u \in \mathbb{R}^n$ es el vector de los torques aplicados (entradas de control), $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de las fuerzas centrífugas y de Coriolis, y $G(q) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de gravedad.

Puesto que el robot MARSE-7 posee exclusivamente articulaciones rotacionales, su dinámica satisface las siguientes características [14], las cuales posteriormente serán utilizadas para probar la estabilidad del sistema.

1. La matriz de inercia $M(q)$ es simétrica definida positiva, y

$$0 < \lambda_m \{M(q)\} \leq \|M\| \leq \lambda_M \{M(q)\} \leq k_M, \quad k_M > 0 \quad (3.24)$$

donde $\lambda_M \{A\}$ y $\lambda_m \{A\}$ son los eigenvalores máximo y mínimo de la matriz A .

2. Para la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis $C(q, \dot{q})$, existe un número $k_C > 0$, tal que

$$\|C(q, \dot{q})\| \leq k_C \|\dot{q}\| \quad (3.25)$$

y $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ es skew-simétrica, es decir

$$x^T \left[\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}) \right] x = 0 \quad (3.26)$$

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q})^T \quad (3.27)$$

3. El vector de gravedad $G(q)$ es Lipschitz, es decir, existe una constante $k_G > 0$ tal que

$$\|G(x) - G(y)\| \leq k_G \|x - y\| \quad (3.28)$$

donde, k_G puede calcularse a partir de su derivada parcial

$$k_G \geq n \left(\max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(q)}{\partial q_j} \right| \right) \quad (3.29)$$

Capítulo 4

Control PID para regulación de posición

En ciertas ocasiones, se desea que un robot se mueva de un punto inicial a un punto final en el menor tiempo posible, permaneciendo después con una posición constante. En esta sección se analizará el sistema en lazo cerrado utilizando el método de control PID para los casos donde la posición deseada permanece constante, como por ejemplo, en la regulación de posición. También se dará un teorema con el cual se puede asegurar estabilidad asintótica global. Finalmente se realizarán algunas simulaciones aplicando el teorema mencionado para respaldar la eficiencia del control.

4.1. Análisis del sistema en lazo cerrado

Primeramente se usará el PID lineal clásico, el cual es el tipo de control más usado en los robots manipuladores industriales.

$$u = K_P(q_d - q) + K_D(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_I \int (q_d - q) dt \quad (4.1)$$

donde $q_d, q \in \mathbb{R}^n$ son los vectores de las posiciones deseadas y medidas respectivamente; $\dot{q}_d, \dot{q} \in \mathbb{R}^n$ son los vectores de las velocidades deseadas y medidas; y K_P, K_I y K_D son las matrices de las ganancias proporcional, integral y derivativa del controlador PID respectivamente, las cuáles son diagonales positivas.

Por tanto, sean el vector del error de posición e y su derivada

$$e = q_d - q, \quad \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q} \quad (4.2)$$

la ecuación (4.1) puede ser reformulada como

$$u = K_P e + K_D \dot{e} + K_I \int e dt \quad (4.3)$$

Ahora bien, el objetivo del control de posición es que, dada una posición deseada, el error de regulación se aproxime asintóticamente a cero, es decir, que e y \dot{e} tiendan a cero cuando las condiciones iniciales estén en un dominio de atracción arbitrariamente grande.

Para los casos en los cuales la posición deseada es constante, su derivada, es decir, la velocidad deseada es $\dot{q}_d = 0$, lo cual implica que $\dot{e} = -\dot{q}$. La ley de control PID puede entonces expresarse por medio de las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} u &= K_P e - K_D \dot{q} + \xi \\ \dot{\xi} &= K_I e, \quad \xi(0) = \xi_0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Sustituyendo (4.4) en (3.23), podemos expresar el sistema en lazo cerrado del robot como

$$\begin{aligned} M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) &= K_P e - K_D \dot{q} + \xi \\ \dot{\xi} &= K_I e \end{aligned} \quad (4.5)$$

En forma matricial, el sistema en lazo cerrado queda de la siguiente manera

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_I e \\ -\dot{q} \\ \ddot{q}_d + M^{-1}(C\dot{q} + G - K_P e + K_D \dot{q} - \xi) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

y su punto de equilibrio es $[\xi, e, \dot{e}] = [\xi^*, 0, 0]$, Ahora bien, si sabemos que en el punto de equilibrio $q = q_d$, entonces podemos decir que

$$\xi^* = M(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + G(q_d) + K_D \dot{q}_d \quad (4.7)$$

Considerando que $\dot{q}_d = \ddot{q}_d = 0$, el equilibrio queda como $[\xi, e, \dot{e}] = [G(q_d), 0, 0]$.

Entonces, para mover el equilibrio al origen, definimos

$$\tilde{\xi} = \xi - G(q_d) \quad (4.8)$$

De lo anterior nos queda la ecuación en lazo cerrado

$$\begin{aligned} M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) &= K_P e - K_D \dot{q} + \tilde{\xi} + G(q_d) \\ \dot{\tilde{\xi}} &= K_I e \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.2. Estabilidad asintótica semiglobal

Ahora bien, para asegurar estabilidad asintótica semiglobal, utilizaremos el siguiente teorema.

Teorema 1 *De la dinámica del robot (3.23), controlada por el controlador PID lineal (4.4), el sistema en lazo cerrado (4.9) es semiglobalmente asintóticamente estable en el equilibrio $x = [\xi - G(q_d), e, \dot{e}]^T = 0$, si las ganancias del control satisfacen*

$$\begin{aligned} \lambda_m(K_P) &\geq \frac{3}{2}k_G \\ \lambda_M(K_I) &\leq \beta \frac{\lambda_m(K_P)}{\lambda_M(M)} \\ \lambda_m(K_D) &\geq \beta + \lambda_M(M) \end{aligned} \tag{4.10}$$

donde $\beta = \sqrt{\frac{\lambda_m(M) \lambda_m(K_P)}{3}}$ y k_G satisface (3.28) [14].

Prueba. La prueba de este teorema se encuentra en [28]. ■

4.3. Simulaciones

Usando las propiedades 1 y 3 del capítulo anterior, estimamos k_G así como los límites superior e inferior de los eigenvalores de la matriz de inercia $M(q)$. Los valores obtenidos son $\lambda_M(M) = 1.19$, $\lambda_m(M) = 0.0007$ y $k_G = 92.6$. Con estos valores podemos obtener

$$K_P = \text{diag} [700, 700, 600, 600, 150, 500, 150]$$

$$K_I = \text{diag} [20, 20, 20, 20, 20, 20, 20]$$

$$K_D = \text{diag} [44, 40, 18, 20, 3, 4, 1.5]$$

donde $\beta = 0.18$, y $\lambda_m(K_P) = 150 > 138.9$, $\lambda_M(K_I) = 20 < 20.89$, $\lambda_m(K_D) = 1.5 > 1.36$.

Simulamos entonces la aproximación analizada en este capítulo, aplicándola a nuestro sistema y obtenemos los siguientes resultados. Para lo siguiente utilizaremos como señal de referencia la función escalón.

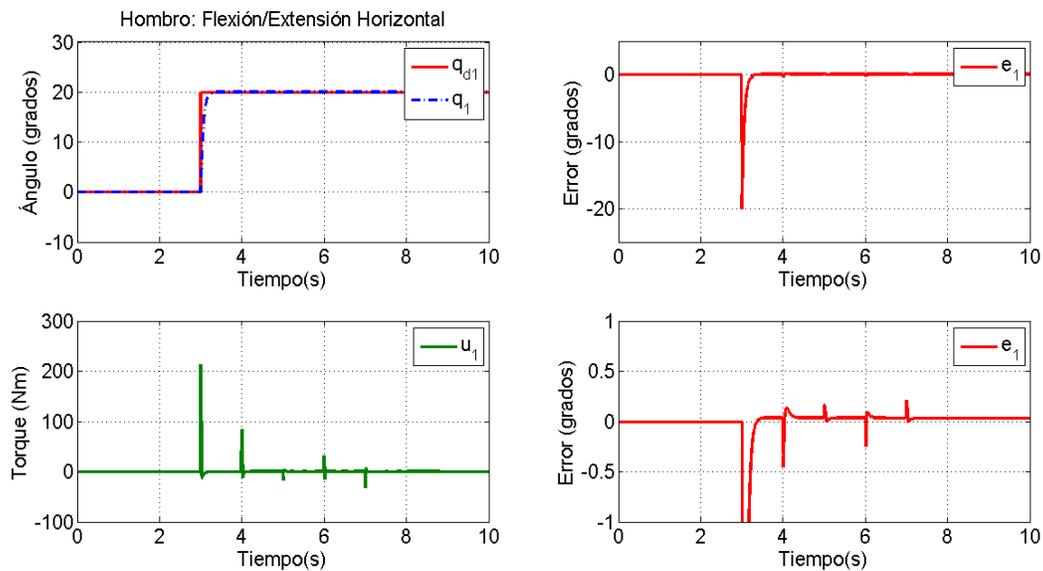


Figura 4.1: Control de la antepulsión/retropulsión con PID para regulación.

En la Figura 4.1, podemos observar el comportamiento de la primera articulación, la cual está a cargo de la antepulsión y de la retropulsión del hombro. Aquí vemos

un buen comportamiento de la articulación controlada por un PID clásico en la regulación de posición y el error de posición en estado estable es casi cero. Respecto al torque, en el instante de la transición del escalón, el torque es muy elevado, lo cual se debe a que el control le exige a la articulación cambiar drásticamente de posición en un tiempo muy pequeño.

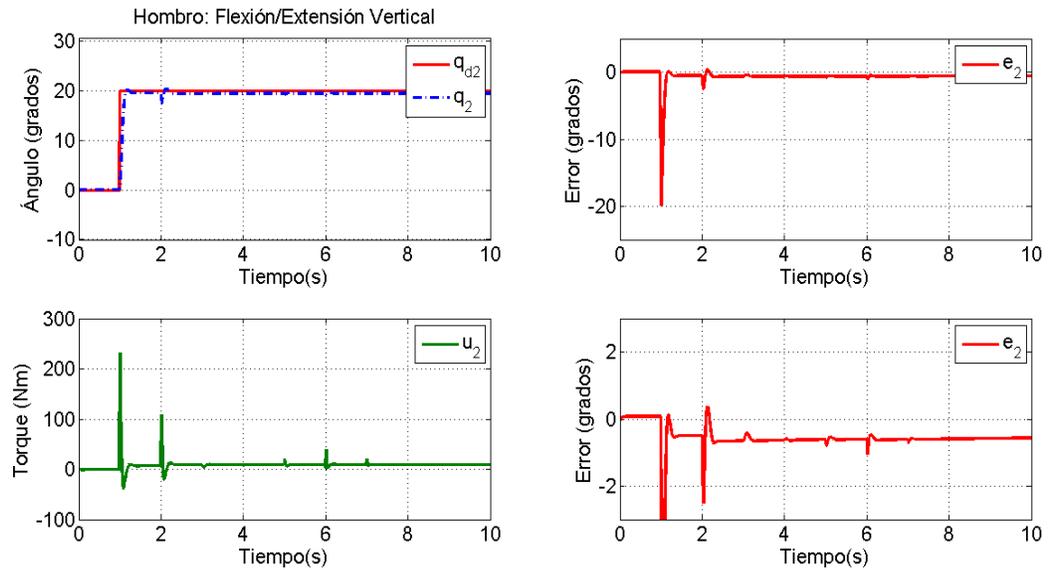


Figura 4.2: Flexión/extensión vertical del hombro con PID para regulación.

En la Figura 4.2, observamos la flexión y la extensión vertical del hombro, también conocidas como aducción y abducción. Vemos que, controlada por el PID clásico, tiene un comportamiento relativamente aceptable. Al igual que en la primera articulación, durante el momento de transición de la posición, el torque es muy elevado a causa del alto requerimiento energético en tan poco tiempo para el cambio de posición. Por otro lado, si bien el error no es tan pequeño como en la primera articulación, podemos ver que poco a poco converge a cero.

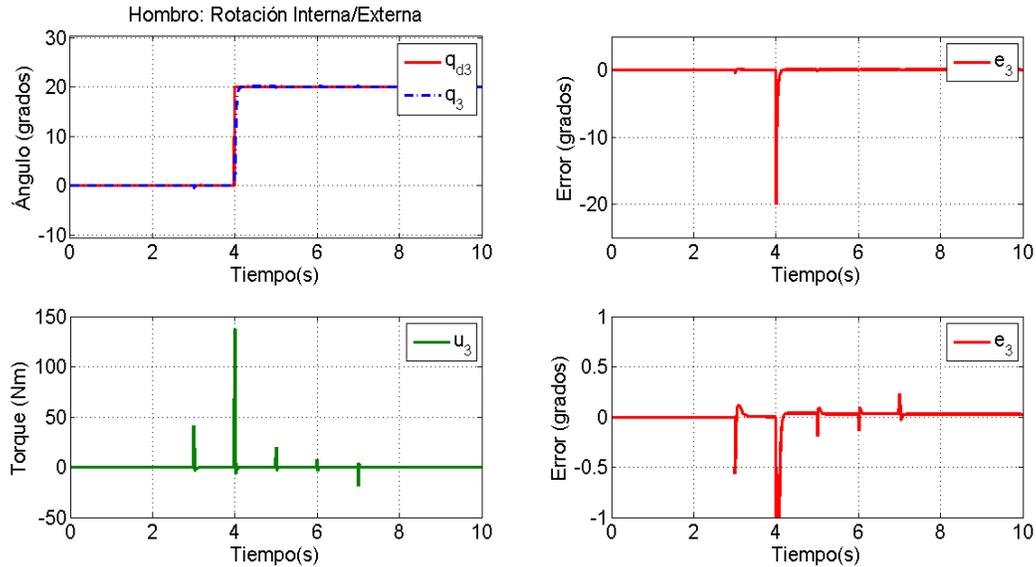


Figura 4.3: Rotación interna/externa del hombro con PID para regulación.

En la Figura 4.3 se muestra la tercera articulación, encargada de la rotación interna y externa del hombro. El PID clásico la controla de forma tal que la respuesta es rápida y el error en estado estable es casi nulo. El torque requerido presenta las mismas características que en las articulaciones previas.

En la Figura 4.4, podemos ver el comportamiento de la cuarta articulación, la cual está encargada de la flexión y de la extensión del codo. Esta articulación es controlada de una forma relativamente buena, con un error en estado estable menor que 0.5 grados que converge a cero.

La Figura 4.5 nos muestra el comportamiento de la quinta articulación controlada por el PID clásico. Esta articulación es la responsable de la pronación y de la supinación del antebrazo. Presenta un buen comportamiento en el seguimiento del escalón con un error muy pequeño convergente a cero.

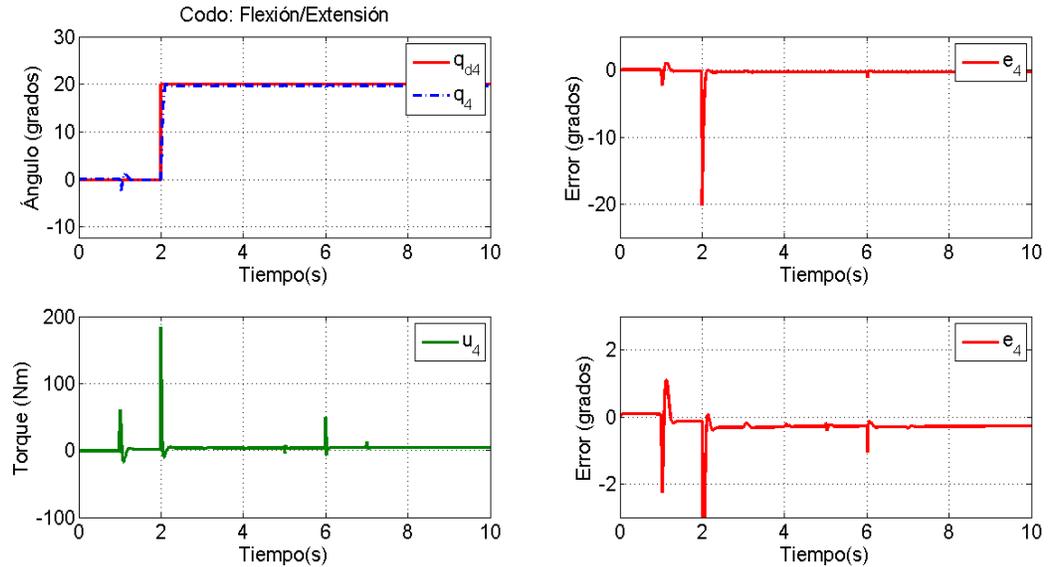


Figura 4.4: Control de la flexión/extensión del codo con PID para regulación.

En la Figura 4.6 podemos apreciar el comportamiento de la sexta articulación. Esta articulación es la responsable de la desviación radial y la desviación cubital de la muñeca. Podemos darnos cuenta que el control PID ayuda a que la articulación tenga un buen comportamiento. El error en estado estable es casi cero y el torque tiene las mismas características que en las articulaciones anteriores.

La Figura 4.7 nos muestra el control de la flexión y de la extensión de la muñeca. Podemos observar que en esta articulación, el error en estado estable es casi nulo, a excepción de los picos producidos cuando cambian las señales de referencia (escalones).

En las Figuras anteriores pudimos observar que el desempeño en estado transitorio es eficiente. Sin embargo, vemos que para poder alcanzar la posición deseada, se

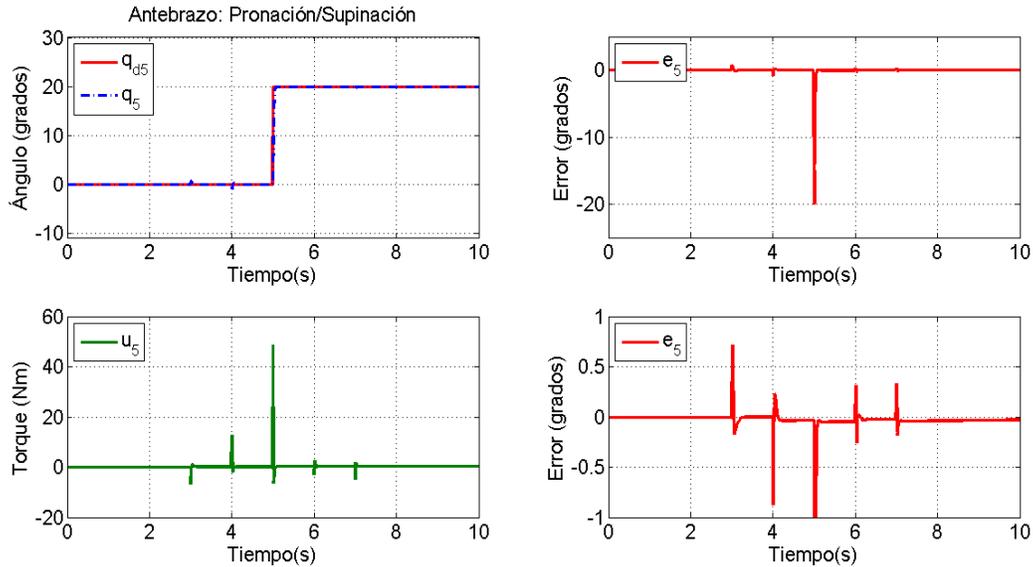


Figura 4.5: Pronación/supinación del antebrazo con PID para regulación.

requiere un torque muy alto, incluso muy por encima de los límites establecidos por las especificaciones de los motores del robot. También observamos que en la mayoría de las articulaciones, el error en estado estable tiende a cero muy lentamente. Esto sucede especialmente en las articulaciones cuyo movimiento está en contra de la gravedad (Figuras 4.2 y 4.4).

También es importante mencionar que en nuestro modelo no hemos incluido los efectos de la fricción que dificultaría aún más el desempeño del sistema. A continuación simularemos el modelo del MARSE-7 bajo los efectos de la fricción y veamos el comportamiento de las tres articulaciones más afectadas.

A diferencia de la Figura 4.1, en la Figura 4.8 vemos el comportamiento de la primera articulación, bajo los efectos de la fricción. Podemos observar que en este caso

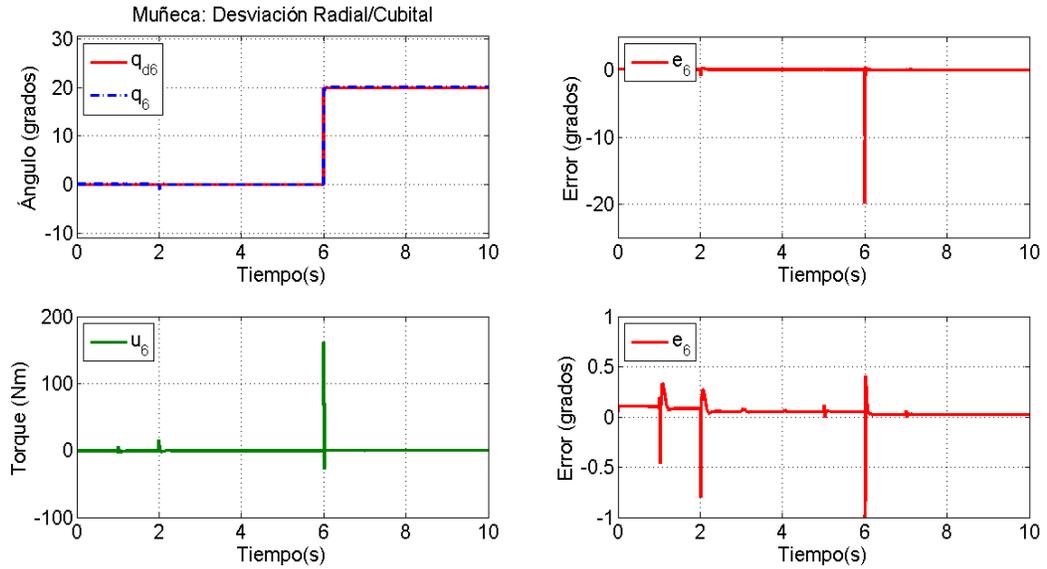


Figura 4.6: Desviación radial/cubital de la muñeca con PID para regulación.

se produce una ligera vibración en control así como en el error en estado transitorio. Además aumenta ligeramente el tiempo de respuesta.

En la Figura 4.9, observamos el comportamiento de la tercera articulación considerando la fricción. Aquí podemos notar una gran diferencia con respecto a la Figura 4.3, puesto que no solamente se produce la vibración que se presenta en la figura anterior, sino que también se incrementa considerablemente el error en estado estable.

En la Figura 4.10, vemos el comportamiento de la quinta articulación bajo los efectos de la fricción. Observamos una vibración de considerable magnitud ocasionada por dicha fricción en el torque y en el error de estado estable.

De las Figuras 4.8 - 4.10 podemos ver que la fricción produce un comportamiento

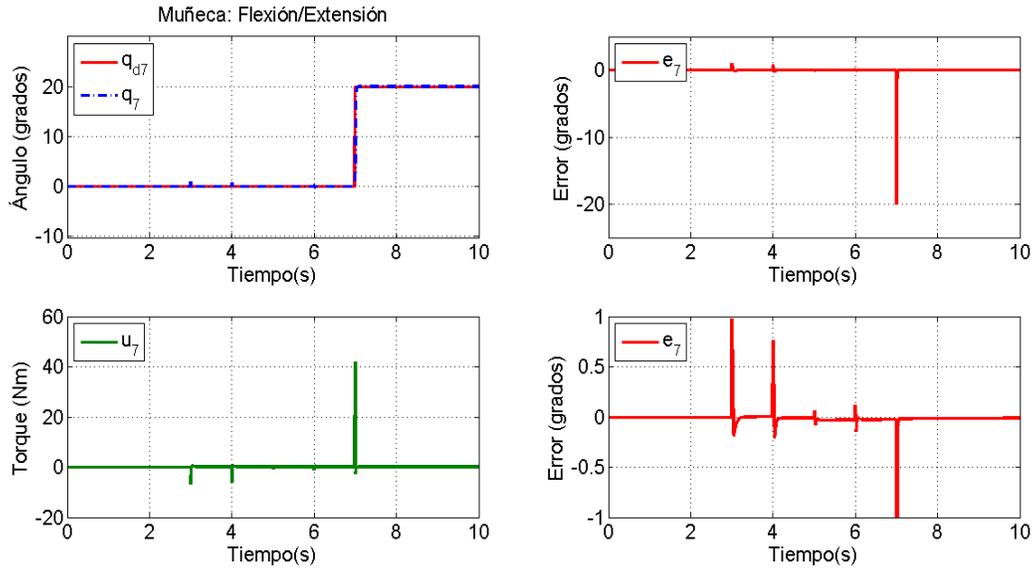


Figura 4.7: Control de la flexión/extensión de la muñeca con PID para regulación.

indeseable en el estado estable, incluso, desviando aún más el error del origen (Figura 4.9).

Por todo lo anterior, es necesario que en el control exista un término capaz de compensar los efectos de la gravedad y la fricción.

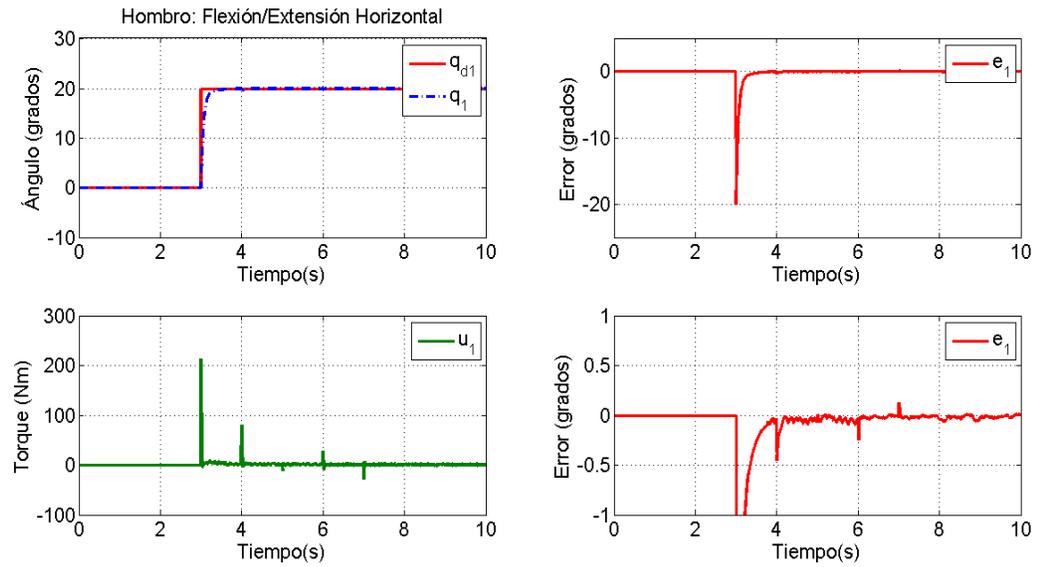


Figura 4.8: Flexión/extensión horizontal del hombro con fricción.

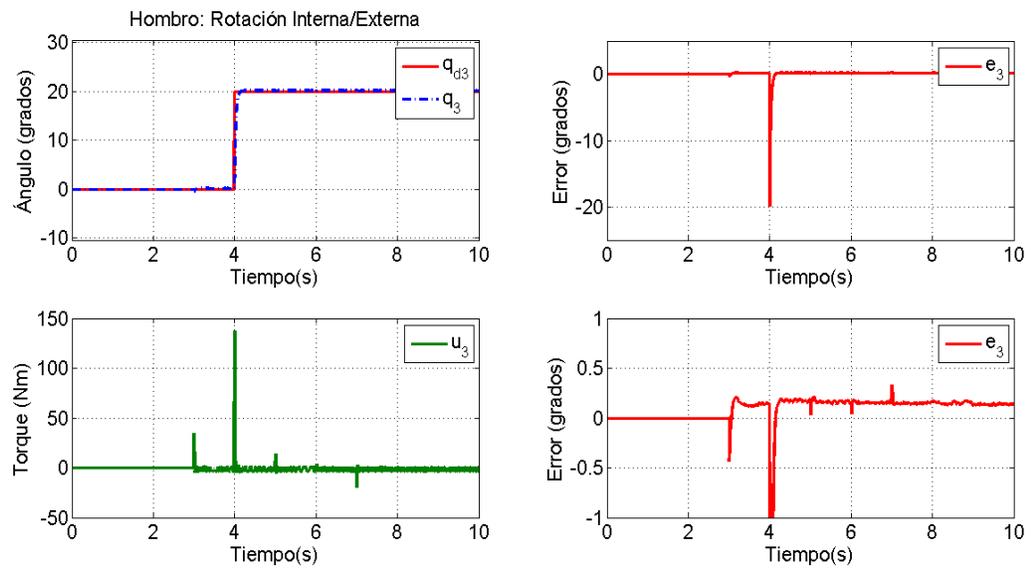


Figura 4.9: Rotación interna/externa del hombro con fricción.

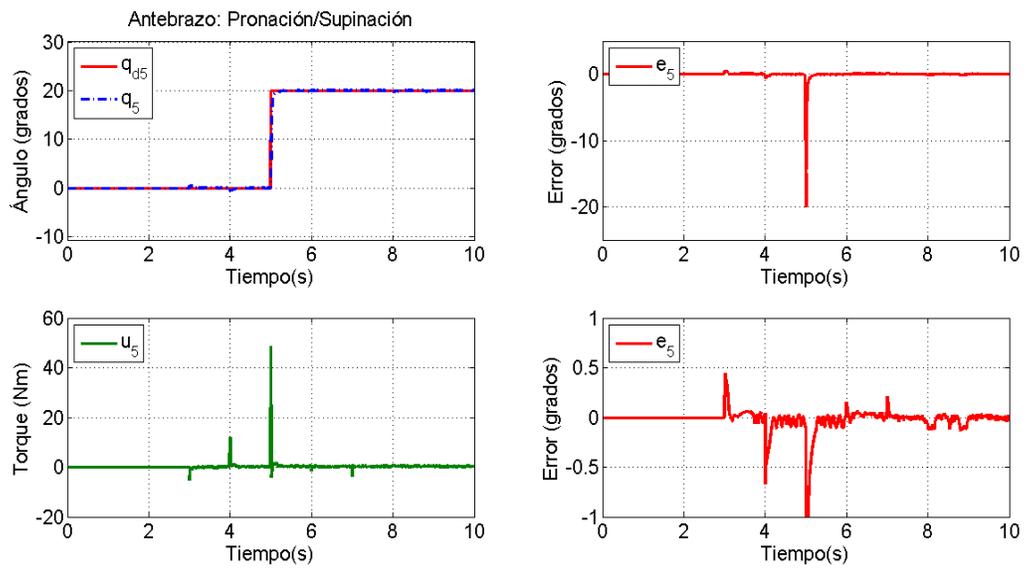


Figura 4.10: Pronación/supinación del antebrazo con fricción.

Capítulo 5

Control PID para seguimiento de trayectorias polinomiales

En la utilización de robots para rehabilitación neuromotriz, es necesario que éstos realicen una amplia gama de movimientos. Por lo tanto, es necesario que se pruebe que el control es capaz de estabilizar el sistema no solamente para el caso de regulación de posición, sino también durante el seguimiento de cualquier trayectoria.

En este capítulo expondremos el control PID basándonos en una aproximación diferente [2], a través de la cuál obtendremos estabilidad del sistema en el seguimiento de trayectorias polinomiales, es decir, variantes en el tiempo.

5.1. Análisis del PID variante en el tiempo

Ahora bien, consideremos nuevamente la dinámica del robot (3.23). Denotemos $q_d(t) \in \mathbb{R}^n$ como la posición deseada, pero en esta ocasión considerémosla variante en el tiempo. La ley de control PID clásico puede escribirse como

$$u = P_c - K_P e - K_D \dot{e} - K_I \int e dt \quad (5.1)$$

donde $e(t) \in \mathbb{R}^n$ es el error de posición el cual nuevamente se define como

$$e(t) = q(t) - q_d(t) \quad (5.2)$$

K_P , K_I y K_D son las ganancias proporcional, integral y derivativa del controlador PID y $P_c \in \mathbb{R}^n$ es la polarización de corriente continua.

Puesto que $q(t) = q_d(t) + e(t)$, entonces la dinámica del robot puede reescribirse como

$$M(q_d + e) [\ddot{q}_d + \ddot{e}] + C(q_d + e, \dot{q}_d + \dot{e}) [\dot{q}_d + \dot{e}] + G(q_d + e) = u \quad (5.3)$$

Ahora bien, para hacer más sencillo el análisis, consideremos la función

$$\psi(x, Q_{d,1}) = C_d(x, Q_{d,1}) [\dot{q}_d + \dot{e}] + G_d(q_d, e) \quad (5.4)$$

donde

$$x = [e, \dot{e}]^T \in \mathbb{R}^{2n}$$

$$q_d^{(j)} = \frac{d^j q_d}{dt^j}$$

$$Q_{d,k} = [q_d^T, \dot{q}_d^T, \dots, q_d^{(k)T}]^T$$

$$M_d(q_d, e) = M(q_d + e)$$

$$C_d(x, Q_{d,1}) = C(q_d + e, \dot{q}_d + \dot{e})$$

$$G_d(q_d, e) = G(q_d + e)$$

Supongamos que q_d , \dot{q}_d y \ddot{q}_d son uniformemente acotadas. Entonces podemos decir que $Q_{d,k} \in D_{Q,k}$, donde $D_{Q,k} \subset \mathbb{R}^{(k+1)n}$ es un área compacta dada.

Sustituyendo (5.4) en (5.3) obtenemos el modelo simplificado de un robot manipulador

$$M_d(q_d, e) [\ddot{q}_d + \ddot{e}] + \psi(x, Q_{d,1}) = u \quad (5.5)$$

Si definimos $v = \dot{e} \in \mathbb{R}^n$, podemos representar el modelo (5.5) en espacio de estados de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{e} &= v \\ \dot{v} &= M_d(q_d, e)^{-1} [u - \psi(x, Q_{d,1})] - \ddot{q}_d \end{aligned} \quad (5.6)$$

El cual a su vez puede reescribirse como sigue

$$\begin{aligned} \dot{e} &= v \\ \dot{v} &= \bar{M}^{-1}u + \eta(x, Q_{d,1}, u) - \ddot{q}_d \end{aligned} \quad (5.7)$$

donde $\bar{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una estimación constante de la matriz de inercia $M(q)$ y donde se ha definido el error de modelado $\eta(x, Q_{d,1}, u) \in \mathbb{R}^n$ como

$$\eta(x, Q_{d,1}, u) = [M_d(q_d, e)^{-1} - \bar{M}^{-1}] u - M_d(q_d, e)^{-1} \psi(x, Q_{d,1}) \quad (5.8)$$

Notemos que \bar{M} es una matriz definida positiva.

Ahora bien, por medio de la ley de control retroalimentado

$$u^{id} = \bar{M} [\ddot{q}_d - \eta(x, Q_{d,1}, u) - Kx] \quad (5.9)$$

donde $K = [K_1, K_2] \in \mathbb{R}^{n \times 2n}$, podemos obtener el comportamiento lineal estable en lazo cerrado

$$\dot{x} = A_c x \quad (5.10)$$

sean $K_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $K_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrices definidas positivas tales que la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -K_1 & -K_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n} \quad (5.11)$$

es Hurwitz.

Comentario 1 *Podemos proporcionar un comportamiento apropiado del estado transitorio en lazo cerrado $x(t)$ por medio de las ganancias de lazo interno K_1 y K_2 . Por ejemplo, podemos obtener movimiento controlado independiente de las articulaciones del robot, eligiendo K_1 y K_2 como matrices diagonales.*

Puesto que el error de modelado $\eta(x, Q_{d,1}, u)$ es desconocido, no es posible implementar la ley de control (5.9). Sin embargo, podemos estimarla por medio de un observador. De hecho, de (5.7) tenemos que $\eta(x, Q_{d,1}, u) = \dot{v} + \ddot{q}_d - \bar{M}^{-1}u$, para toda $t \geq 0$.

Entonces, introduciendo un parámetro de adaptación $\varepsilon > 0$, podemos construir el siguiente observador, el cual aproximará el error de modelado (5.8).

$$\dot{\bar{\eta}} = \varepsilon^{-1} (\eta - \bar{\eta}) \quad (5.12)$$

Podemos considerar la dinámica de estimación como la parte adaptable del controlador, con un índice de adaptación ε^{-1} . A partir de esta estimación, elegimos el control

$$u = \bar{M} [\ddot{q}_d - \bar{\eta} - Kx] \quad (5.13)$$

El controlador resultante se forma entonces del estimador del error de modelado (5.12) y de la ley de control (5.13).

Comentario 2 *Para implementar el estimador del error de modelado (5.12), utilizamos el siguiente procedimiento. En virtud de que $\eta(x, Q_{d,1}, u) \equiv \dot{v} + \ddot{q}_d - \bar{M}^{-1}u$, tal que*

$$\dot{\bar{\eta}} = \varepsilon^{-1} (\dot{v} + \ddot{q}_d - \bar{M}^{-1}u - \bar{\eta}) \quad (5.14)$$

Definimos entonces la variable

$$w = \varepsilon \bar{\eta} - v \quad (5.15)$$

Y obtenemos el error de modelado estimado $\bar{\eta}(t)$ por medio de las ecuaciones siguientes

$$\begin{aligned} \dot{w} &= \ddot{q}_d - \bar{M}^{-1}u - \varepsilon^{-1}(w + v) \\ \bar{\eta} &= \varepsilon^{-1}(w + v) \end{aligned} \quad (5.16)$$

Puesto que el error de modelado η es desconocido, podemos tomar la estimación inicial $w(0) = -v(0)$, y de este modo $\bar{\eta}(0) = 0$.

Proposición 1 *El control retroalimentado propuesto (5.13), (5.16) es equivalente a un controlador PID clásico (5.1) con un término de retroalimentación adicional $R(q_d) = \bar{M}\ddot{q}_d$. Donde*

$$\begin{aligned} K_P &= \bar{M} (K_1 + \varepsilon^{-1}K_2) \\ K_I &= \varepsilon^{-1}\bar{M}K_1 \\ K_D &= \bar{M} (K_2 + \varepsilon^{-1}I) \end{aligned} \tag{5.17}$$

y la polarización de corriente continua $P_c = \varepsilon^{-1}\bar{M}K_2e(0)$.

Prueba. *La prueba de esta proposición puede encontrarse en [2] ■*

5.2. Estabilidad práctica semiglobal

Debido a los resultados obtenidos en la Proposición 1, solo necesitamos probar que, por medio de la configuración de control PID (5.13) y (5.16), podemos elegir matrices de ganancia K_P , K_I y K_D , tales que el error de seguimiento $e(t)$ sea suficientemente asintóticamente pequeño para todas las condición iniciales $(q(0), \dot{q}(0))^T \in \mathbb{R}^{2n}$ contenidas en un conjunto compacto dado.

Primeramente, definimos el error de estimación

$$e_0 = \eta - \bar{\eta} \in \mathbb{R}^n \tag{5.18}$$

.

De esta manera, la dinámica del robot controlado queda de la siguiente manera

$$\dot{x} = A_c x + H e_0 \quad (5.19)$$

donde A_c está dada como en (5.11) y $H = [0_{n \times n}, I_{n \times n}]^T \in \mathbb{R}^{2n \times n}$.

Ahora bien, de las ecuaciones (5.12) y (5.18) vemos que la dinámica del error de estimación está dada por

$$\dot{e}_0 = -\varepsilon^{-1} e_0 + \dot{\eta} \quad (5.20)$$

Sustituyendo el control (5.13) en el error de modelado (5.8), este último puede reescribirse como

$$\eta = [M_d(q_d, e)^{-1} - \bar{M}^{-1}] \bar{M} [\ddot{q}_d - \bar{\eta} - Kx] - M_d(q_d, e)^{-1} \psi(x, Q_{d,1}) \quad (5.21)$$

y considerando el error de estimación (5.18), η queda

$$\eta = [I - \bar{M}^{-1} M_d(q_d, e)] (\ddot{q}_d + e_0 - Kx) - \bar{M}^{-1} \psi(x, Q_{d,1}) \quad (5.22)$$

El error de modelado (5.22) puede entonces extenderse de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \eta &= \ddot{q}_d + e_0 - Kx - \bar{M}^{-1} M_d(q_d, e) \ddot{q}_d - \bar{M}^{-1} M_d(q_d, e) e_0 \\ &\quad + \bar{M}^{-1} M_d(q_d, e) Kx - \bar{M}^{-1} \psi(x, Q_{d,1}) \end{aligned} \quad (5.23)$$

y su derivada temporal puede calcularse como

$$\begin{aligned}
\dot{\eta} = & -\bar{M}^{-1} \left[(\dot{e} \otimes I_n) \frac{\partial M_d}{\partial e} + (\dot{q}_d \otimes I_n) \frac{\partial M_d}{\partial q_d} \right] \ddot{q}_d - \bar{M}^{-1} M_d(q_d, e) \ddot{q}_d \\
& -\bar{M}^{-1} \left[(\dot{e} \otimes I_n) \frac{\partial M_d}{\partial e} + (\dot{q}_d \otimes I_n) \frac{\partial M_d}{\partial q_d} \right] e_0 - \bar{M}^{-1} M_d(q_d, e) \dot{e}_0 \\
& +\bar{M}^{-1} \left[(\dot{e} \otimes I_n) \frac{\partial M_d}{\partial e} + (\dot{q}_d \otimes I_n) \frac{\partial M_d}{\partial q_d} \right] Kx + \bar{M}^{-1} M_d(q_d, e) K\dot{x} \\
& + \ddot{q}_d + \dot{e}_0 - K\dot{x} - \bar{M}^{-1} \left[\frac{\partial \psi}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \psi}{\partial Q_{d,1}} \dot{Q}_{d,1} \right]
\end{aligned} \tag{5.24}$$

donde \otimes es el producto de Kronecker. Por lo anterior podemos ver que la derivada temporal del error de modelado puede expresarse como

$$\dot{\eta} = \Psi(x, e_0, Q_{d,3}) - \varepsilon^{-1} [M_d(q_d, e)^{-1} \bar{M} - I] e_0 \tag{5.25}$$

donde

$$\begin{aligned}
\Psi(x, e_0, Q_{d,3}) = & -M_d^{-1} \left[(\dot{e} \otimes I_n) \frac{\partial M_d}{\partial e} + (\dot{q}_d \otimes I_n) \frac{\partial M_d}{\partial q_d} \right] (\ddot{q}_d + e_0 - Kx) \\
& -M_d^{-1} \left[\frac{\partial \psi}{\partial x} (A_c x + H e_0) + \frac{\partial \psi}{\partial Q_{d,1}} \dot{Q}_{d,1} \right] \\
& + (M_d^{-1} \bar{M} - I) [\ddot{q}_d + K(A_c x + H e_0)]
\end{aligned} \tag{5.26}$$

Sustituyendo la derivada del error de modelado (5.25) en la dinámica del error de estimación (5.20), ésta última queda como

$$\dot{e}_0 = \Psi(x, e_0, Q_{d,3}) - \varepsilon^{-1} M_d^{-1} \bar{M} e_0 \tag{5.27}$$

Por el análisis anterior, la estabilidad del robot controlado por el controlador PID (5.13), (5.16) está completamente determinada por la estabilidad del sistema de lazo cerrado

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_c x + H e_0 \\ \dot{e}_0 &= \Psi(x, e_0, Q_{d,3}) - \varepsilon^{-1} M_d^{-1} \bar{M} e_0\end{aligned}\tag{5.28}$$

Podemos ver el sistema (5.28) como un sistema no lineal singularmente perturbado, donde $x \in \mathbb{R}^{2n}$ y $e_0 \in \mathbb{R}^n$ son las variables lenta y rápida respectivamente, y ε es el parámetro de perturbación.

Del sistema anterior obtenemos el sistema reducido y el sistema de capa límite. El primero se obtiene considerando $\varepsilon = 0$ en el sistema (5.28), lo cual nos da

$$\dot{x} = A_c x\tag{5.29}$$

El sistema de capa límite se obtiene tomando el tiempo escalado $t' = \frac{t}{\varepsilon}$ y nuevamente haciendo $\varepsilon = 0$. De donde tenemos

$$e'_0 = -M_d^{-1} \bar{M} e_0\tag{5.30}$$

que está bajo la notación $e'_0 = \frac{de_0}{dt'}$. Para establecer las propiedades de estabilidad del sistema (5.28), tiene que probarse que el sistema reducido es globalmente asintóticamente estable y que el sistema de capa límite es globalmente exponencialmente estable.

Hecho 1 *Por construcción, el sistema reducido (5.29) es globalmente exponencialmente estable. Es decir, existe una matriz simétrica definida positiva $P_c \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ que satisface la ecuación de Lyapunov $A_c^T P_c + P_c A_c = -I_{2n \times 2n}$.*

Lema 1 *Supongamos que $\|\Pi(q_d, e)\| \stackrel{def}{=} \|I - M^{-1}\bar{M}\| \leq \alpha < 1$ para algún α , para toda $x \in \mathbb{R}^{2n}$. Entonces, el sistema de capa límite (5.30) es globalmente estable.*

Prueba. La prueba de este lema puede encontrarse en [2]. ■

Comentario 3 *Por medio de la suposición $\|\Pi(q_d, e)\| = \|I_{n \times n} - M_d^{-1}\bar{M}\| \leq \alpha < 1$ para algún α , para todo $e \in \mathbb{R}^n$ y $q_d \in \mathbb{R}^n$, sabemos que la estimación de la inercia del robot debe ser precisa. Sin embargo, en [25] se ha demostrado que si se cumplen las siguientes condiciones*

$$\begin{aligned} \bar{M} &= c^{-1}I, \\ c &= \frac{m_{\text{máx}} + m_{\text{mín}}}{2} \\ m_{\text{mín}} &\leq \|M_d(q_d, e)^{-1}\| \leq m_{\text{máx}} \end{aligned} \tag{5.31}$$

para todo $e \in \mathbb{R}^n$, $q_d \in \mathbb{R}^n$, entonces

$$\|\Pi(q_d, e)\| \leq \alpha \stackrel{def}{=} \frac{m_{\text{máx}} - m_{\text{mín}}}{m_{\text{máx}} + m_{\text{mín}}} < 1 \tag{5.32}$$

Por otro lado, a continuación se dará una proposición debido a la representación singular no lineal (5.28) de la dinámica del robot controlado. Denotemos $(x(t, \varepsilon), e_0(t, \varepsilon))$ como la trayectoria del sistema (5.28) iniciando en $(x(0), e_0(0))$.

Proposición 2 *El origen del sistema (5.6) es semiglobalmente prácticamente estabilizable por el control PID clásico. Es decir, por cada par de conjuntos compactos (B_x, W_x) , vecindades del origen con $B_x \subset W_x \subset \mathbb{R}^{2n}$, existen ganancias de control*

PID $\{K_P, K_I, K_D\}$ y un par de conjuntos compactos (B_{e_0}, W_{e_0}) , vecindades del origen con $B_{e_0} \subset W_{e_0} \subset \mathbb{R}^n$ tales que todas las soluciones del sistema en lazo cerrado (5.28), con condición inicial en $W_x \times W_{e_0} \subset \mathbb{R}^{3n}$, son capturados por el conjunto $B_x \times B_{e_0} \subset \mathbb{R}^{3n}$.

Prueba. Esta prueba puede ser encontrada en [2]. ■

Comentario 4 *Las condiciones iniciales para el sistema en lazo cerrado (5.28) están restringidas para cualquier conjunto compacto dado ya que la función de acoplamiento $\Psi(x, e_0, Q_{d,3})$ (5.26) no es globalmente Lipchitz, debido a las fuerzas centrífugas y de Coriolis $C(q, \dot{q})\dot{q}$. Esto nos lleva solamente a resultados de estabilidad semiglobal.*

Comentario 5 *De la Proposición 2 tenemos que el sistema es semiglobalmente prácticamente estable, es decir, dado cualquier conjunto compacto de errores iniciales de posición y velocidad, existen parámetros PID que garantizan que el robot siga una trayectoria deseada con una precisión arbitraria,. Esto se hace tomando un valor suficientemente pequeño del parámetro de estimación $\varepsilon > 0$. El conjunto $B_x \times B_{e_0}$ es conocido como el atractor de tiempo finito o el conjunto de seguimiento residual. La constante $\varepsilon_{\text{máx}} > 0$ depende de los conjuntos W_x y B_x . Ahora bien, cuanto mayor es el conjunto de condiciones iniciales W_x y cuanto menor es el conjunto de seguimiento residual B_x , más pequeño es $\varepsilon_{\text{máx}}$.*

5.3. Selección y optimización de ganancias

Es muy importante hacer una selección adecuada de las ganancias PID. Sin embargo sabemos que éstas están en función de otros parámetros como ε , así como las

matrices \bar{M} , K_1 , y K_2 . Es importante remarcar que en la mayoría de las aplicaciones industriales, se prefiere el control descentralizado, es decir, el control independiente de cada articulación. Éste es también el caso de los robots exoesqueletos. Para estos fines, es conveniente seleccionar las matrices anteriormente mencionadas como matrices diagonales.

A continuación se mostrará el procedimiento a seguir para la selección óptima de dichas matrices y de dichos parámetros.

1. Primeramente debe escogerse la estimación de la matriz de inercia $\bar{M} > 0$, tal que cumpla las condiciones del Comentario 3.
2. Paso seguido, deben elegirse las ganancias matriciales de lazo interno K_1 y K_2 , las cuáles pueden ser calculadas como

$$\begin{aligned} K_1 &= \text{diag}[\tau_{c,1}^{-2}, \tau_{c,2}^{-2}, \dots, \tau_{c,n}^{-2}] \\ K_2 &= \text{diag}[2\xi_{c,1}\tau_{c,1}^{-1}, 2\xi_{c,2}\tau_{c,2}^{-1}, \dots, 2\xi_{c,n}\tau_{c,n}^{-1}] \end{aligned} \quad (5.33)$$

donde $\xi_{c,i}$ y $\tau_{c,i}$ son el factor de amortiguamiento y la constante de tiempo de lazo cerrado designada para la i -ésima articulación.

3. Elegir un parámetro de estimación $\varepsilon > 0$ lo suficientemente pequeño para conservar la estabilidad en la región de nuestro interés y para tener un error de seguimiento aceptable. Recordemos que de acuerdo al Comentario 5, entre más pequeño sea ε , más grande será la región de estabilidad y más pequeño será el error de seguimiento.

Es importante resaltar que una vez que la estimación de la matriz de inercia \bar{M} , así como las ganancias matriciales K_1 y K_2 han sido seleccionadas, las ganancias de control K_P , K_I y K_D dependen exclusivamente del parámetro de estimación ε .

5.4. Simulaciones

Para simular el comportamiento del robot manipulador controlado en el seguimiento de trayectorias variantes en el tiempo, primeramente proponemos la estimación

$$\bar{M} = \text{diag} [0.0766, 0.3253, 0.0268, 0.1576, 0.0068, 0.0147, 0.0023]$$

que satisface $\|I_{n \times n} - M_d^{-1} \bar{M}\| < 1$. Paso seguido, definimos las matrices K_1 y K_2 de la siguiente manera

$$\begin{aligned} K_1 &= \text{diag} [\tau^{-2}, \tau^{-2}, \tau^{-2}, \tau^{-2}, \tau^{-2}, \tau^{-2}, \tau^{-2}]; \\ K_2 &= \text{diag} [2\xi\tau^{-1}, 2\xi\tau^{-1}, 2\xi\tau^{-1}, 2\xi\tau^{-1}, 2\xi\tau^{-1}, 2\xi\tau^{-1}, 2\xi\tau^{-1}] \end{aligned}$$

donde $\tau = 0.05$ y $\xi = 1$. Y proponemos la constante de estimación $\varepsilon = 0.003$. Proponiendo las condiciones iniciales

$$\begin{aligned} q(0) &= [30, 20, -30, 100, 0, -10, 10]^T \\ \dot{q}(0) &= [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T \end{aligned}$$

Finalmente simulamos nuestro sistema controlado y obtenemos los siguientes resultados.

En la Figura 5.1 podemos observar el comportamiento de la primera y la segunda articulación controladas por el PID expuesto en este capítulo, en el seguimiento de

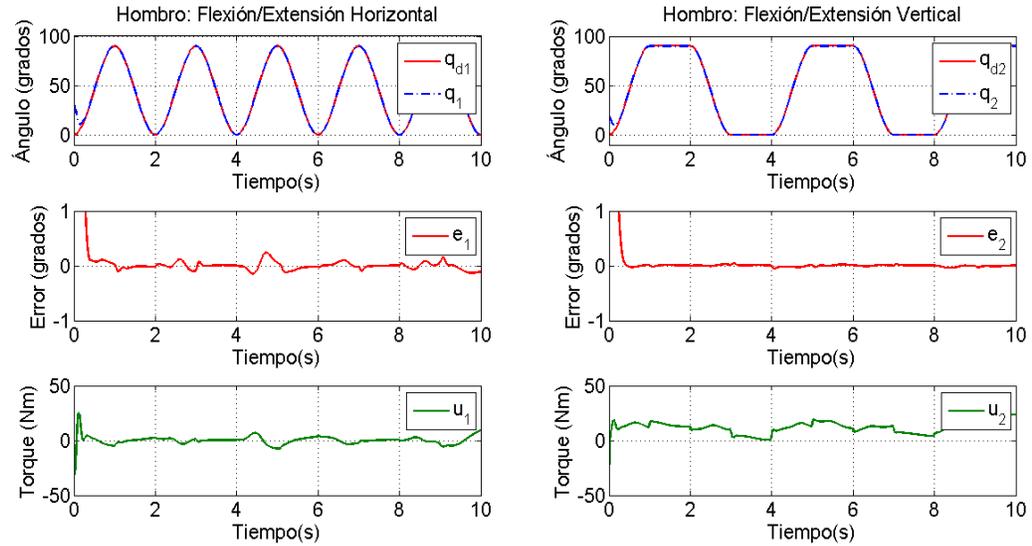


Figura 5.1: Flexión/extensión horizontal y vertical del hombro.

trayectorias polinomiales. Observamos que el error de posición se mantiene pequeño (menos que un grado) y el torque aplicado se encuentra dentro de los límites de las especificaciones de los motores de ambas articulaciones.

En la Figura 5.2, vemos el desempeño de la tercera y cuarta articulación con el PID para seguimiento de trayectorias polinomiales. El error de posición de ambas articulaciones se mantiene por debajo de un grado y los torques aplicados están dentro de los rangos permitidos por los motores de las articulaciones.

La Figura 5.3 nos muestra el comportamiento de la quinta y sexta articulaciones. Aquí también podemos apreciar que el PID para trayectorias polinomiales mantiene un error de posición pequeño con un pequeño torque aplicado. Se puede decir que ambas articulaciones presentan un buen desempeño.

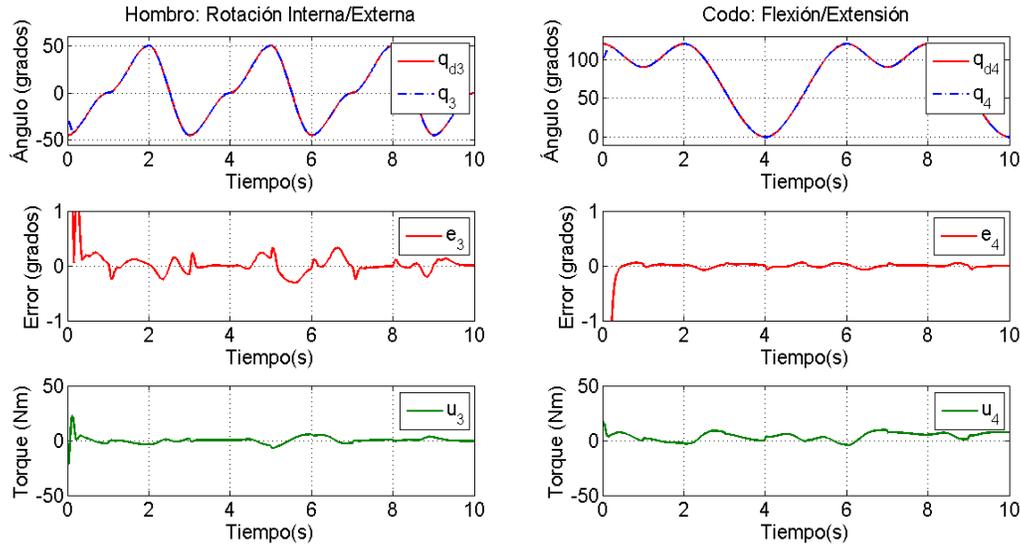


Figura 5.2: Rotación interna/externa del hombro y flexión/extensión del codo.

En general, en las anteriores simulaciones pudimos observar que el control PID es muy eficiente para el seguimiento de trayectorias polinomiales, siempre que las condiciones iniciales de encuentren dentro de la región de estabilidad establecida por ε , teniendo en todos los casos un error suficientemente pequeño (de menos de un grado). Así también podemos observar que los torques requeridos son de una magnitud aceptable, siempre dentro de los rangos de diseño de los motores de las articulaciones.

Sin embargo, recordemos que en este caso nuevamente hemos utilizado un modelo sin fricción. En el próximo capítulo, mostraremos el desempeño del robot cuando es controlado exclusivamente por un controlador PID bajo los efectos de la fricción.

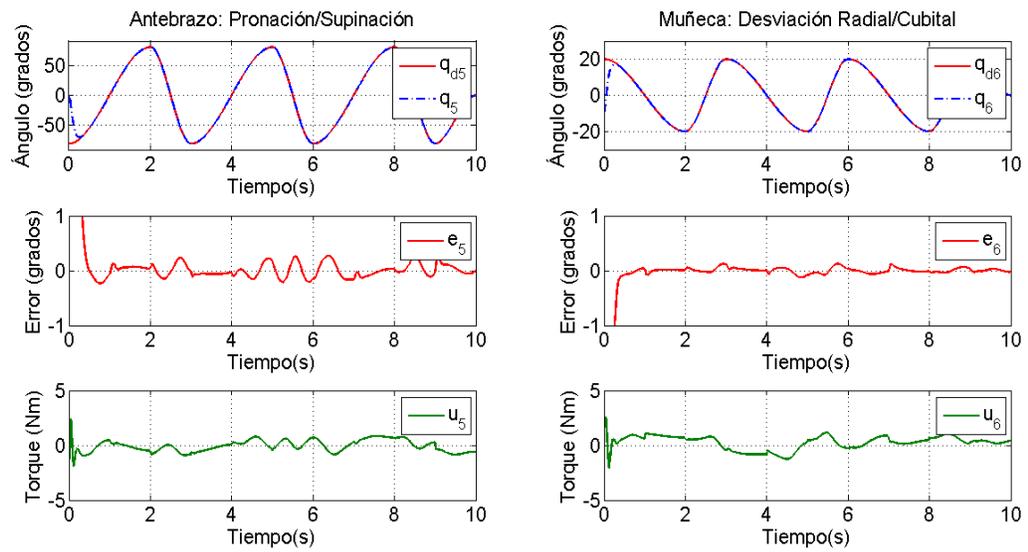


Figura 5.3: Pronación/supinación de antebrazo y abducción/aducción de muñeca.

Capítulo 6

Control PID neuronal con enfoque adaptable

Hemos visto que el control PID es eficiente para el seguimiento de trayectorias polinomiales de robots manipuladores en ausencia de fricción. Sin embargo, en el uso real de robots exoesqueletos, la fricción se encuentra siempre presente. Por lo tanto es muy importante encontrar la forma de contrarrestar los efectos de dicha fricción.

En este capítulo, analizaremos el control PID neuronal para el seguimiento de trayectorias polinomiales. El control PID neuronal está conformado por el controlador PID sumado a una red neuronal. Es precisamente esta red neuronal quien se encarga de compensar los efectos de la gravedad y de la fricción, así como alguna otra fuerza que afecte la dinámica del sistema.

6.1. Análisis del PID neuronal

Comencemos por expresar nuevamente el modelo dinámico del robot exoesqueleto por medio de la ecuación de Euler-Lagrange

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = u \quad (6.1)$$

donde $q \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las posiciones, $u \in \mathbb{R}^n$ es el vector de los torques aplicados (entradas de control), $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $G(q) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de gravedad, y $F(\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las fuerzas de fricción.

Denotemos $q_d(t) \in \mathbb{R}^n$ como la posición deseada variante en el tiempo. Ahora bien, sabemos que la ley de control PID clásica puede expresarse de la siguiente manera

$$u = -K_P e - K_D \dot{e} - K_I \int e dt \quad (6.2)$$

donde K_P , K_I y K_D son las ganancias proporcional, integral y derivativa del controlador PID, y $e(t) \in \mathbb{R}^n$ es el error de posición, el cual está definido como

$$e(t) = q(t) - q_d(t) \quad (6.3)$$

Podemos aproximar el sistema dinámico por medio de una red neuronal de la forma siguiente

$$\begin{aligned}
f(x) &= M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) + F(\dot{q}) \\
&= W^T\sigma(x) + \phi(x) \\
\hat{f}(x) &= \hat{W}^T\sigma(x)
\end{aligned} \tag{6.4}$$

donde, definiendo las matrices $K_a = K_D^{-1}K_P$, $K_b = K_D^{-1}K_I$, que son definidas positivas, tenemos

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d + K_a e + K_b \int edt \tag{6.5}$$

$W \in \mathbb{R}^{6n \times n}$ es una matriz constante y desconocida de pesos sinápticos, $\hat{W} \in \mathbb{R}^{6n \times n}$ es la matriz de pesos sinápticos estimados, $x = [\ddot{q}_d^T, \dot{q}_d^T, q_d^T, \dot{e}^T, e^T, \int edt^T]^T$, $\phi(x)$ es el error de aproximación neuronal, y $\sigma(x) \in \mathbb{R}^{6n}$ es una función de activación gaussiana. En este caso utilizaremos la función de base radial de Gauss

$$\sigma(x) = \exp\left\{-\frac{(x_i - c_i)^2}{a}\right\} \tag{6.6}$$

Como ya hemos mencionado, el control PID neuronal es una combinación del control PID lineal y una red neuronal. Entonces, agregando el término estimado por la red neuronal (6.4) al control PID (6.2), obtenemos la ley de control PID neuronal

$$u = -K_P e - K_D \dot{e} - K_I \int edt + \hat{f} \tag{6.7}$$

donde \hat{f} es el compensador neuronal. Por otro lado, definimos

$$s = \dot{q} - \dot{q}_r = \dot{e} + K_a e + K_b \int edt \tag{6.8}$$

Entonces la ley de control PID neuronal (6.7) puede escribirse de la siguiente forma

$$u = -K_D s + \hat{f} \quad (6.9)$$

Usamos el vector de "velocidad de referencia" \dot{q}_r para garantizar la convergencia de los errores de posición, más que simplemente para garantizar la convergencia de los errores de velocidad [24]. Mientras tanto, así como podremos ver más tarde, empleamos el error de seguimiento filtrado s para guiar la adaptación de los pesos sinápticos.

El sistema en lazo cerrado del MARSE-7 puede expresarse por la siguiente ecuación

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + G + F = -K_D s + \hat{f} \quad (6.10)$$

Ahora bien, sea $\tilde{f} = f - \hat{f}$, o dicho de otra manera

$$\begin{aligned} \tilde{f} &= W^T \sigma(x) - \hat{W}^T \sigma(x) + \phi(x) \\ &= \tilde{W}^T \sigma(x) + \phi(x) \end{aligned} \quad (6.11)$$

donde $\tilde{W} = W - \hat{W}$. Usando el error de seguimiento filtrado (6.8) y (6.11) en el sistema de lazo cerrado (6.10), este último puede reescribirse como

$$M\dot{s} = -Cs - \tilde{W}^T \sigma(x) - \phi - K_D s \quad (6.12)$$

6.2. Estabilidad práctica

Nos valdremos ahora del siguiente lema para poder asegurar la estabilidad del sistema.

Lema 2 *Consideremos la dinámica del robot (6.1), siguiendo las trayectorias deseadas acotadas q_d , \dot{q}_d y \ddot{q}_d , y la cuál es controlada por la ley de control PID neuronal (6.7). El sistema de lazo cerrado (6.12) es estable siempre que su matriz de pesos sinápticos estimados \hat{W} sea actualizada por la ley de adaptación*

$$\dot{\hat{W}} = -K_W \sigma(x) s^T \quad (6.13)$$

y el error de seguimiento filtrado s converge a la esfera Σ de radio $\alpha > 0$, centrada en el origen del espacio de estados, la cuál satisface

$$\Sigma = \left\{ s : \|s\| > \frac{\bar{\phi}_N}{\lambda_m(K_D)} = \alpha \right\} \quad (6.14)$$

Prueba. Primeramente propongamos la siguiente función de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} s^T M s + \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \tilde{W}^T K_W^{-1} \tilde{W} \right\} \quad (6.15)$$

La derivada de la función propuesta es

$$\dot{V} = s^T M \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \text{tr} \left\{ \tilde{W}^T K_W^{-1} \dot{\tilde{W}} \right\} \quad (6.16)$$

Entonces podemos sustituir (6.12) en (6.16) y obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -s^T C s - s^T \tilde{W}^T \sigma(x) - s^T \phi - s^T K_D s \\ & + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \text{tr} \left\{ \tilde{W}^T K_W^{-1} \dot{\tilde{W}} \right\} \end{aligned} \quad (6.17)$$

Por la Propiedad 2

$$\dot{V} = -s^T K_D s - s^T \phi - s^T \tilde{W}^T \sigma(x) + tr \left\{ \tilde{W}^T K_W^{-1} \dot{\tilde{W}} \right\} \quad (6.18)$$

Utilizando la ley de adaptación (6.13), entonces nos queda

$$\dot{V} = -s^T K_D s - s^T \phi \quad (6.19)$$

Por la desigualdad

$$y^T Ax \leq \|y\| \|Ax\| \leq \|y\| \|A\| \|x\| \leq |\lambda_m(A)| \|y\| \|x\| \quad (6.20)$$

y puesto que ϕ es acotado por arriba por $\bar{\phi}_N$, (6.19) queda de la siguiente manera

$$\dot{V} \leq -\lambda_m(K_D) \|s\|^2 + \bar{\phi}_N \|s\| \quad (6.21)$$

Debido a que $\bar{\phi}_N$ es constante, $\dot{V} \leq 0$ siempre que

$$\|s\| > \frac{\bar{\phi}_N}{\lambda_m(K_D)} \quad (6.22)$$

Entonces el error de seguimiento filtrado s y su derivada \dot{s} están acotados. Lo cual implica que e y \dot{e} también están acotados. Dado que las trayectorias deseadas q_d y \dot{q}_d también están acotadas, el vector de posición q y el vector de velocidad \dot{q} están acotados. Por lo tanto podemos concluir que el sistema es prácticamente estable. ■

6.3. Simulaciones

Reforzaremos ahora el análisis de estabilidad anterior con el apoyo de algunas simulaciones. Primeramente, veremos el desempeño del sistema controlado por el control PID clásico ante los efectos de la fricción. Posteriormente, mostraremos nuevamente el sistema afectado por la fricción, pero esta vez, controlado por el PID neuronal.

Definamos primeramente las ganancias PID

$$K_P = \text{diag} [700, 1200, 600, 600, 500, 500, 150]$$

$$K_I = \text{diag} [20, 20, 20, 20, 20, 20, 20]$$

$$K_D = \text{diag} [44, 40, 18, 20, 3, 4, 1.5]$$

Observemos entonces, los resultados de la simulación de nuestro sistema controlado por un controlador PID clásico bajo los efectos de la fricción en el seguimiento de trayectorias polinomiales, utilizando las condiciones iniciales

$$q(0) = [30, 20, -30, 100, 0, -10, 10]^T$$

$$\dot{q}(0) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

Estos resultados los compararemos con simulaciones del sistema utilizando el controlador PID neuronal. Para tal efecto, usaremos las ganancias PID recién utilizadas. Adicionalmente utilizaremos la ganancia correspondiente al parámetro de adaptación $K_W = \text{diag} [10]$, recordando que la función de activación utilizada es la función de base radial de Gauss (6.6).

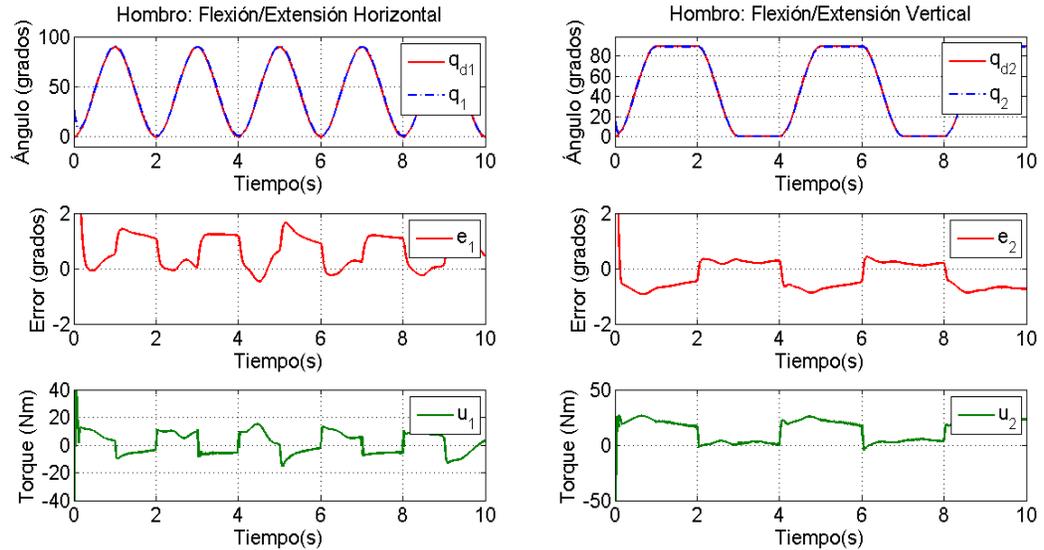


Figura 6.1: Primera y segunda articulación con PID clásico.

En la Figura 6.1 se muestran la primera y la segunda articulación bajo los efectos de la gravedad y de la fricción. Ambas articulaciones están siguiendo trayectorias polinomiales y son controladas por un PID clásico. Podemos apreciar que, pese a que el torque está dentro de los límites aceptados por las especificaciones de los motores, el error de posición en ambas articulaciones no es tan pequeño como quisiéramos.

En la Figura 6.2, observamos nuevamente la primera y la segunda articulación, pero en esta ocasión controladas por el PID neuronal. Podemos apreciar que, a diferencia de la Figura 6.1, aquí el error de posición ha mejorado considerablemente. Esto se debe a que la red neuronal ha compensado los efectos negativos provocados por la gravedad y la fricción.

La Figura 6.3 nos muestra el comportamiento de la tercera y la cuarta articulación

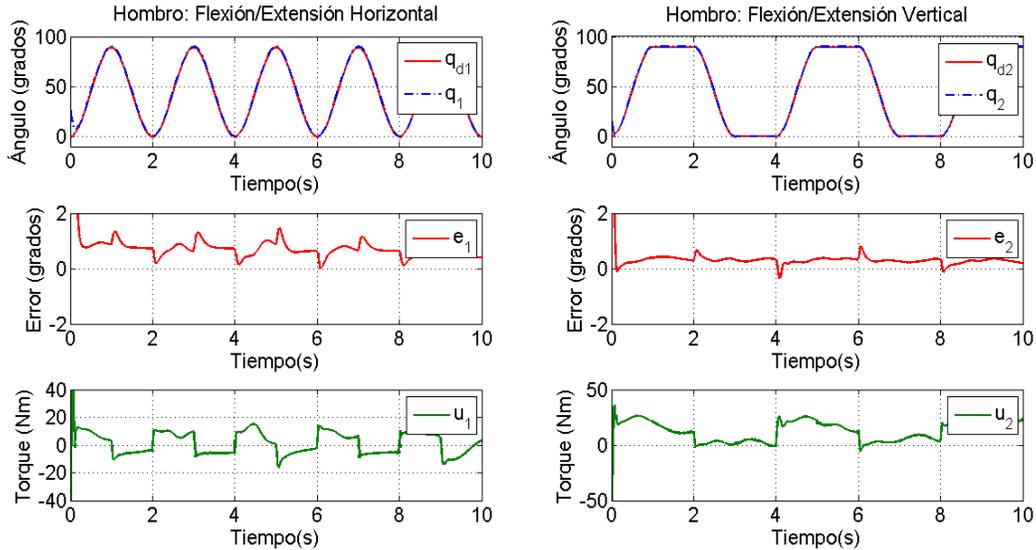


Figura 6.2: Articulaciones 1 y 2 con PID neuronal.

controladas por el PID clásico. Podemos ver que la fricción afecta considerablemente ambas articulaciones, esto se refleja en el error, el cual se mantiene ligeramente alejado de cero.

En la Figura 6.4 podemos ver como el control PID neuronal mejora el desempeño de la tercera y cuarta articulación en presencia de fricción. Podemos darnos cuenta que el error se aproxima a cero y el sistema se vuelve más estable.

En la Figura 6.5 vemos el comportamiento de la quinta y la sexta articulación. El PID clásico que las controla les proporciona estabilidad asintótica, haciendo que el error converja poco a poco a cero. Lo anterior se logra aplicando torques bajos, suficientemente por debajo de los rangos permitidos.

En la Figura 6.6 podemos ver como el control PID mejora considerablemente el

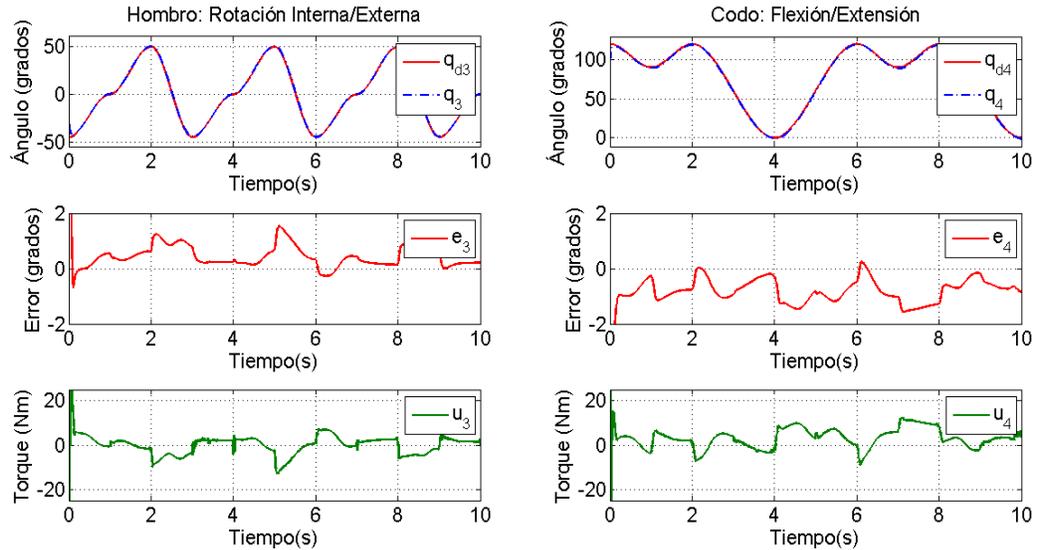


Figura 6.3: Tercera y cuarta articulación con PID clásico.

comportamiento de la quinta y sexta articulación. El error tiene lentamente a cero al igual que en la Figura 6.5, pero presenta mucho menos vibración.

En general, aún cuando en las figuras no se aprecia, el torque inicial es muy alto. Esto se debe a las altas ganancias de K_P que se emplean. Puesto que las posiciones iniciales $q(0)$ no son las mismas que las posiciones iniciales deseadas $q_d(0)$, el controlador le exige a los motores un torque muy alto para llevar las articulaciones a la posición deseada lo más rápido posible. Esto afecta también al error de posición, sin embargo podemos observar, que a pesar de eso, el error converge a cero.

Podemos ver también que, con el uso del compensador neuronal, el desempeño del sistema mejora considerablemente. El compensador neuronal disminuye las perturbaciones producidas por la gravedad y la fricción, así como cualquier otra

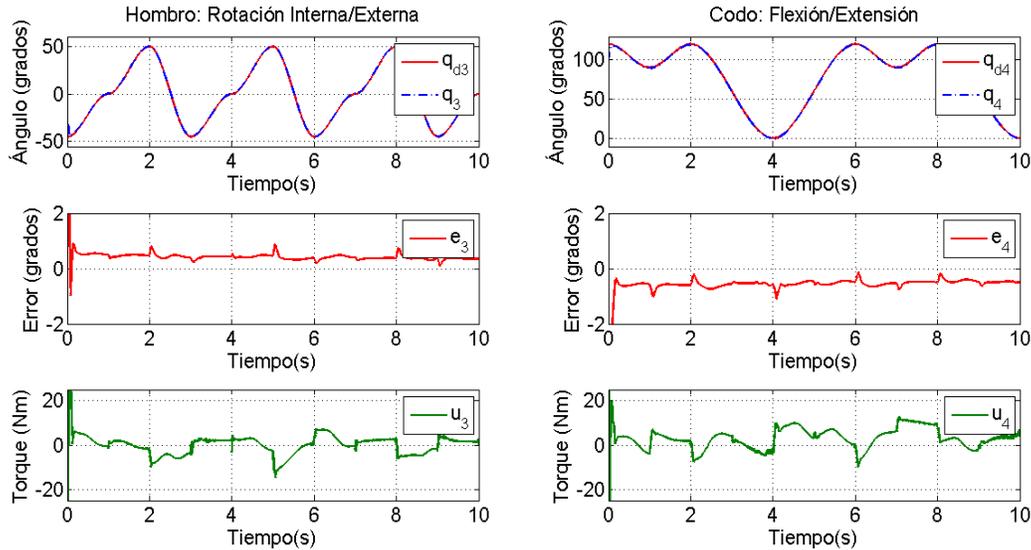


Figura 6.4: Articulaciones 3 y 4 con PID neuronal.

dinámica desconocida que afecte negativamente al sistema.

A continuación mostraremos algunos resultados experimentales que comparan el desempeño del robot MARSE-7 cuando es controlado por un controlador PID clásico y por un controlador PID neuronal.

6.4. Resultados Experimentales

El desempeño de un sistema en simulación nunca es exactamente igual que en tiempo real. Esto es debido a que en simulación se utiliza un modelo matemático, el cuál es una aproximación del sistema, pero nunca es completamente idéntico al sistema mismo. Existen varias perturbaciones que no pueden modelarse completamente debido a su complejidad o a la falta de información.

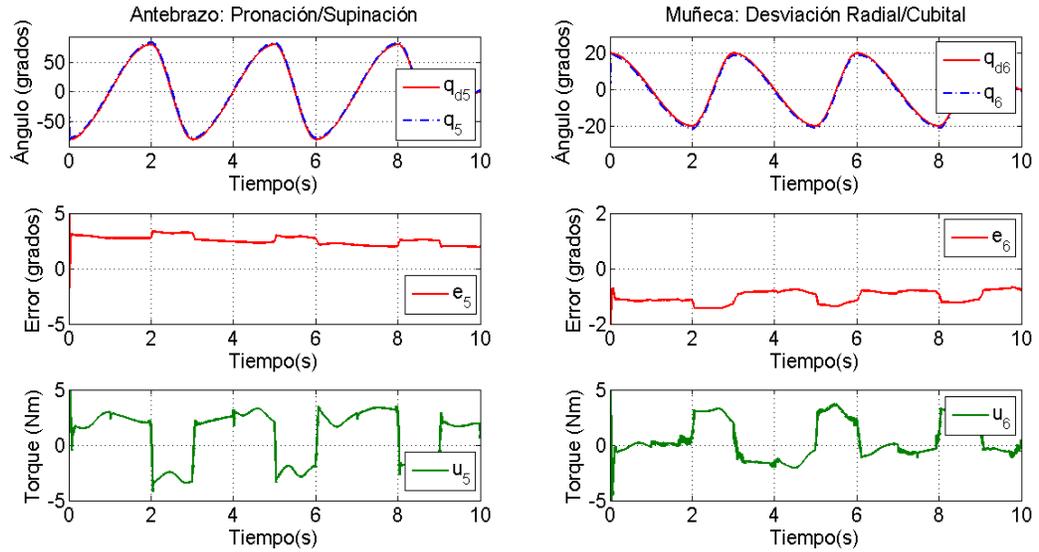


Figura 6.5: Quinta y sexta articulación con PID clásico.

A continuación realizaremos algunas pruebas experimentales del robot MARSE-7 utilizando los controladores PID y PID neuronal. Para llevar a cabo esto, utilizaremos las mismas ganancias K_P , K_D y K_I que en las simulaciones anteriores. Definiremos convenientemente la ganancia neuronal $K_W = \text{diag}[0.5]$.

En la Figura 6.7 podemos ver los resultados experimentales de la primera y segunda articulación del MARSE-7 controladas por el PID clásico. Aquí apreciamos que el error de posición es relativamente pequeño (entre -2 y 2 grados en ambos casos). También podemos ver que la velocidad real sigue de una forma aceptable la velocidad deseada.

En la Figura 6.8 podemos notar una ligera mejora en el desempeño de la primera y segunda articulación del MARSE-7 con respecto a la Figura 6.7. Esta mejora se

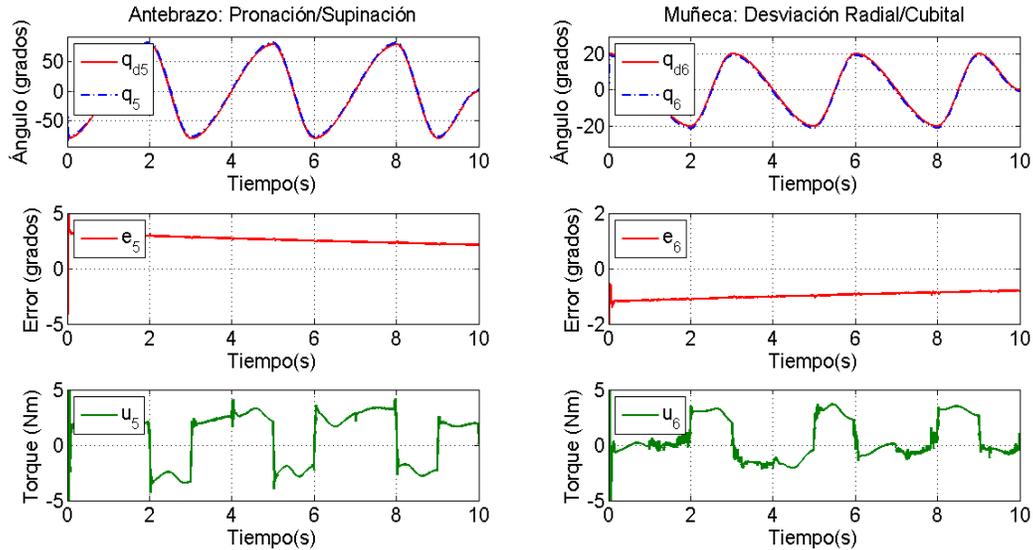


Figura 6.6: Articulaciones 5 y 6 con PID neuronal.

refleja sobre todo en el error de posición. Podemos apreciar que cuando la segunda articulación realiza la abducción, la red neuronal compensa los efectos de la fricción y de la gravedad, a diferencia de la figura anterior.

En la Figura 6.9, vemos el comportamiento de la tercera y cuarta articulación del robot MARSE-7 controlado con el PID clásico. Observamos que el error de posición es relativamente pequeño en ambas articulaciones y que su seguimiento de la velocidad deseada es bueno.

La Figura 6.10 nos muestra el comportamiento de la tercera y la cuarta articulación del MARSE-7, pero en esta ocasión controladas por el PID neuronal. Podemos ver como se ha mejorado el error de posición. Esto se aprecia más durante la flexión del codo, momento en el que la cuarta articulación debería luchar contra

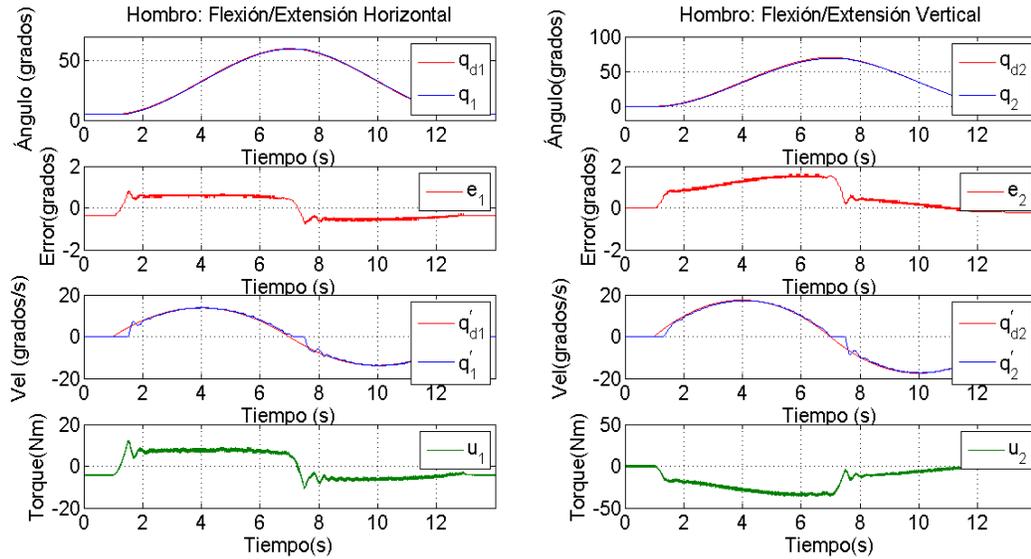


Figura 6.7: Flexión/extensión horizontal y vertical MARSE-7 con PID clásico.

los efectos de la gravedad y de la fricción. Sin embargo, el compensador neuronal contrarresta muy bien tales efectos.

En la Figura 6.11, podemos observar la quinta y la sexta articulación del exoesqueleto MARSE-7. Podemos ver que con el PID clásico podemos obtener un error pequeño. Sin embargo a causa de la ligereza de ambas articulaciones, el mínimo torque aplicado por los motores, provoca una considerable desviación de dichas articulaciones. Esto produce una continua vibración en estas articulaciones, especialmente en la encargada de la inclinación radial y cubital.

Finalmente, en la Figura 6.12, podemos ver el comportamiento de la quinta y la sexta articulación, bajo el control del PID neuronal. Podemos notar que el error de posición se mantiene prácticamente en cero. Sin embargo, podemos ver que el problema de la continua vibración aún existe. Se puede apreciar que en la sexta

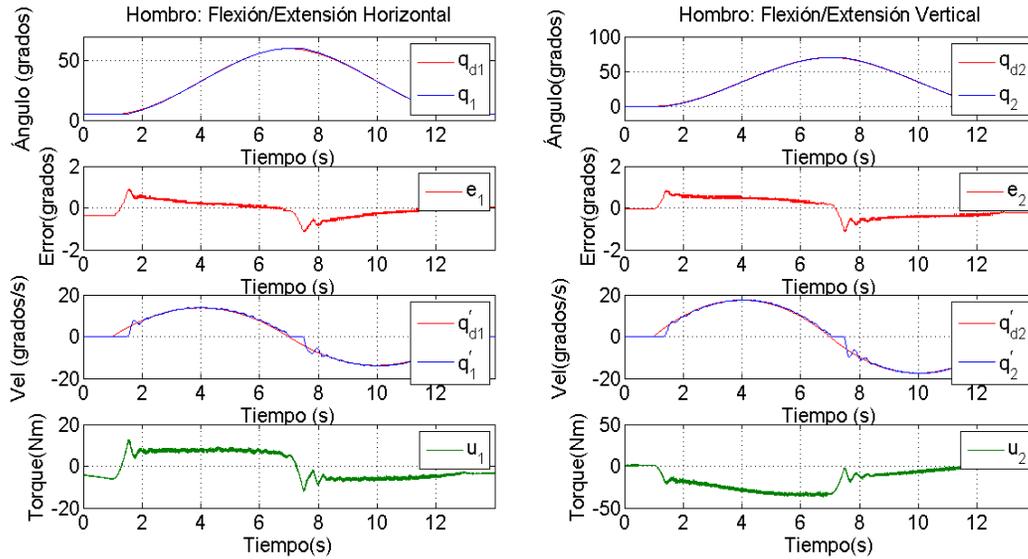


Figura 6.8: Flexión/extensión horizontal y vertical MARSE-7 con PID neuronal.

articulación, dicho problema se incrementa ligeramente.

En general, pudimos apreciar que, pese a que hemos usado una ganancia K_W pequeña, el desempeño del robot mejora con el controlador PID neuronal, con respecto al PID clásico. Desafortunadamente no podemos aumentar demasiado dicha ganancia, debido a que el controlador, en su intento por compensar todas las perturbaciones que afectan al robot, produce un torque que hace vibrar continuamente las articulaciones. De hecho, esta vibración afecta de una forma más acentuada las articulaciones pequeñas (Figura 6.12).

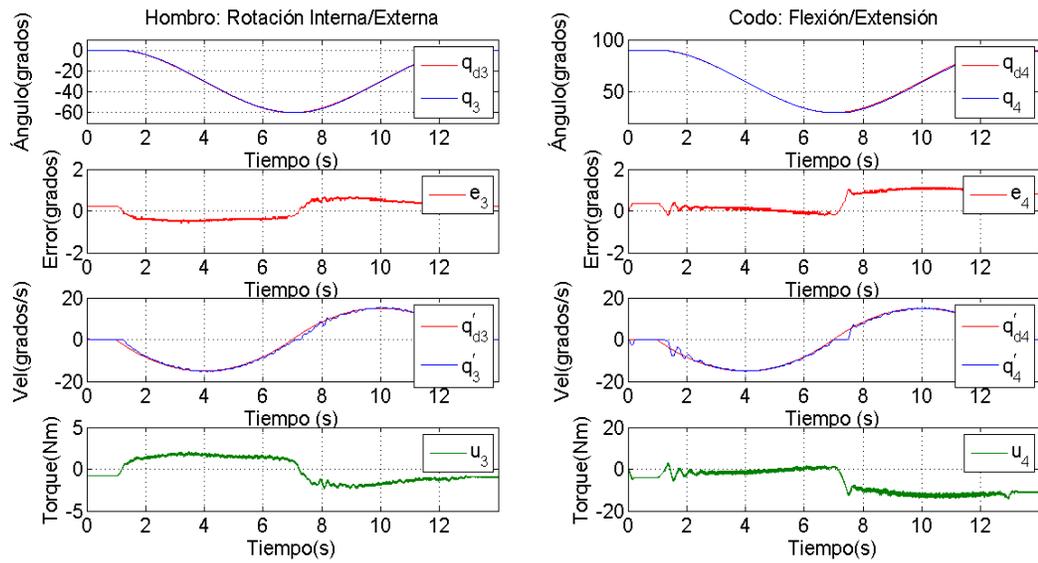


Figura 6.9: Codo y rotación del hombro MARSE-7 con PID clásico.

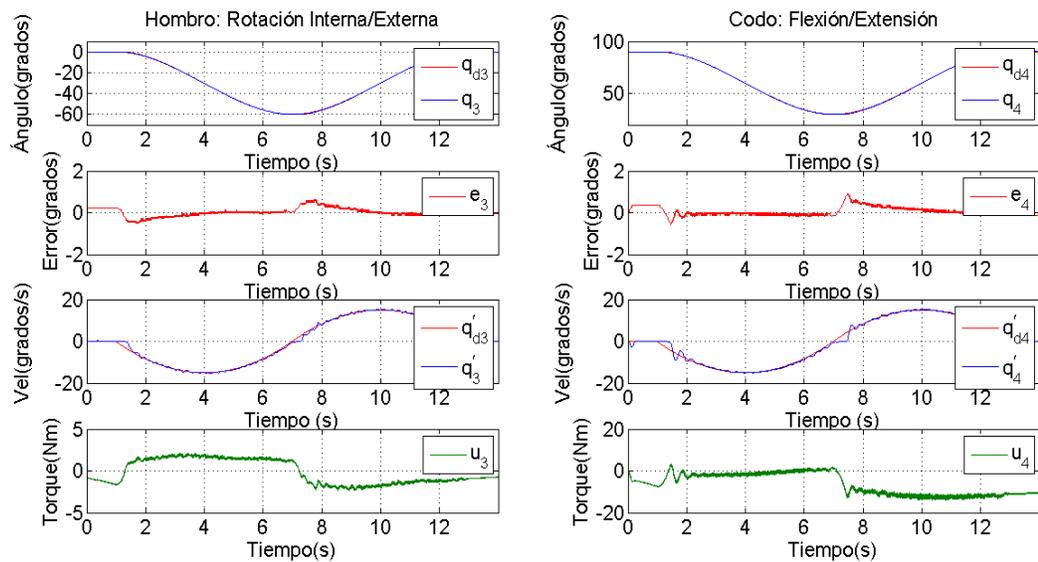


Figura 6.10: Codo y rotación del hombro MARSE-7 con PID neuronal.

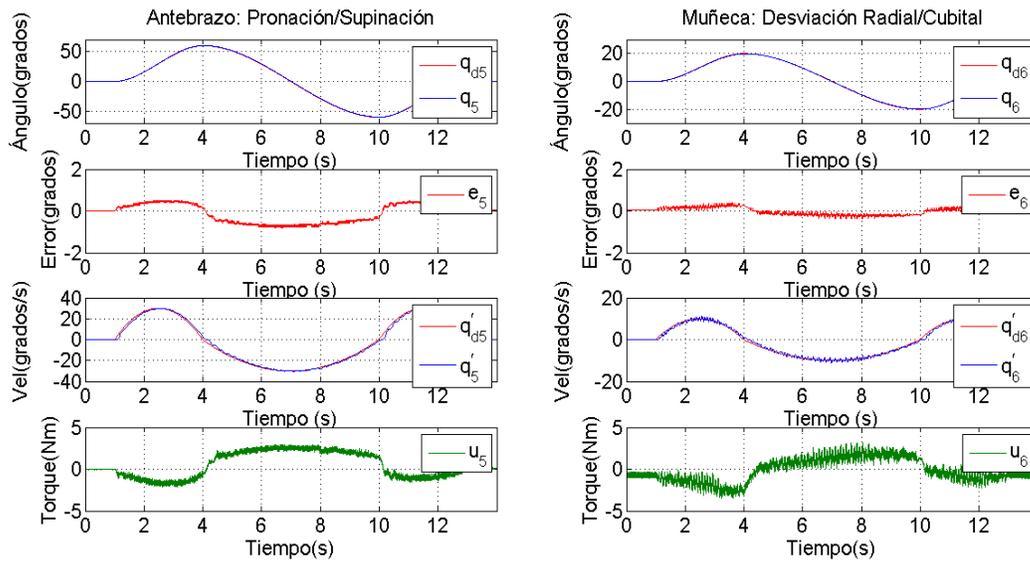


Figura 6.11: Antebrazo y desviación de la muñeca MARSE-7 con PID clásico.

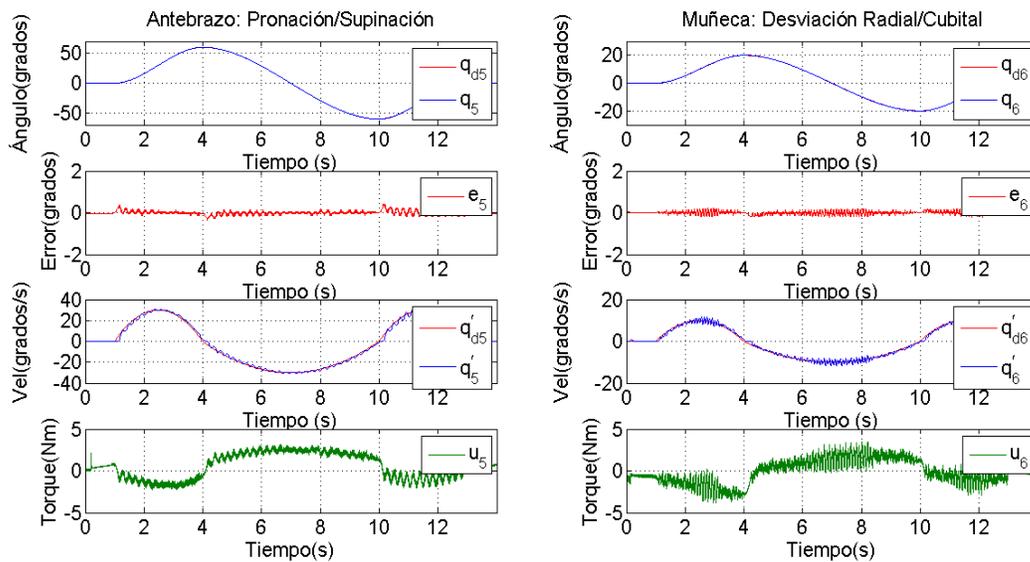


Figura 6.12: Antebrazo y desviación de la muñeca MARSE-7 con PID neuronal.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajos futuros

7.1. Conclusiones

Los robots exoesqueletos son una clase de robots los cuales están siendo ampliamente utilizados en la rehabilitación de personas con problemas de neuromotricidad. De ahí viene la importancia de su desarrollo, especialmente en el diseño de técnicas de control que sean adecuadas y que cumplan no solamente con los requerimientos de estabilidad, sino también con las condiciones físicas de sus componentes. Para diseñar el controlador de un robot que será utilizado para interactuar con personas y para contribuir en su rehabilitación, siempre debe tenerse en mente todas las funciones que el robot debe realizar así como también las medidas de seguridad que se deben de respetar.

A lo largo de esta memoria de tesis, hemos podido observar el desempeño de tres variaciones del control PID aplicadas al modelo del robot exoesqueleto MARSE-7. En el capítulo 4 hemos visto una aproximación muy interesante, puesto que con este control es posible tener las condiciones necesarias para la elección de las

ganancias K_P , K_D y K_I . Una vez elegidas dichas ganancias de forma que cumplan con las condiciones necesarias, podemos estar seguros que el control proporcionará estabilidad asintótica semiglobal al sistema. Desafortunadamente, la estabilidad puede probarse matemáticamente exclusivamente para el seguimiento de trayectorias constantes, lo cual no es práctico para un robot exoesqueleto, debido a la naturaleza de sus funciones.

Un robot exoesqueleto debe ser capaz de seguir una amplia gama de trayectorias polinomiales. Por lo tanto, era necesario utilizar un control que proporcionara estabilidad al sistema en el seguimiento de dichas trayectorias. En el capítulo 5 se ha mostrado el desempeño de una variación del control PID, el cual incluye un término de retroalimentación. Este control proporciona estabilidad práctica semiglobal, y es muy interesante ver que, aún cuando las posiciones iniciales $q(0)$ se encuentran a una distancia considerable de las posiciones iniciales deseadas $q_d(0)$, el control es capaz de llevar el sistema a la trayectoria deseada rápidamente, utilizando torques relativamente bajos. Esto es muy importante en un robot, puesto que, a diferencia de una simulación, el sistema real no puede soportar cualquier magnitud de torque. El MARSE-7 está protegido, de forma que cuando algún torque excede su valor límite, el sistema se detiene por seguridad.

Aún cuando un controlador PID es capaz de ofrecer estabilidad a un robot exoesqueleto, cuando éste se enfrenta a los efectos de gravedad, fricción y otras perturbaciones, el error de posición crece considerablemente. En el capítulo 6 se ha utilizado el controlador PID junto con un compensador neuronal, el cual trata de eliminar todos los efectos negativos que afectan el buen desempeño del robot. Este controlador también proporciona estabilidad práctica al sistema, lo cuál significa que el sistema es estable siempre que se encuentre dentro de la región de estabilidad

(6.14).

7.2. Trabajos futuros

Algunos de los trabajos que se podrían realizar a futuro para la mejora de un controlador PID neuronal para robots exoesqueletos son:

- Mejorar la ley de adaptación de manera que pueda incrementarse la ganancia de adaptación K_W sin producir demasiada vibración de las articulaciones en tiempo real.
- Diseñar y probar la estabilidad de un controlador PID con termino de retroalimentación y compensación neuronal, utilizando como base el controlador expuesto en el capítulo 5.

Apéndice A

Teoría de estabilidad

Sistemas autónomos

Definamos el sistema dinámico no lineal [12], descrito por la ecuación diferencial ordinaria

$$\dot{x} = f(t, x) \tag{A.1}$$

donde $t \in \mathbb{R}_+$ es la variable del tiempo y donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado del sistema representado por (A.1). Denotemos la solución del sistema de la forma $x(t, t_o, x(t_o))$ que representa el estado del sistema en el tiempo t con un estado inicial arbitrario $x(t_o) \in \mathbb{R}^n$ y un tiempo inicial $t_o \geq 0$. Sin embargo, por simplicidad y puesto que $x(t_o), t_o$ son valores fijos, comúnmente denotamos dicha solución como $x(t)$.

Si el sistema (A.1) no depende explícitamente del tiempo, es decir, si $f(t, x) = f(x)$, entonces se dice que el sistema es autónomo.

Estabilidad y estabilidad asintótica

Sea

$$\dot{x} = f(x) \tag{A.2}$$

un sistema autónomo donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un mapeo localmente Lipschitz de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^n .

Definición 1 *El punto de equilibrio $x = 0$ del sistema (A.2) es*

- estable, si para cada $\varepsilon > 0$, hay una $\delta(\varepsilon) > 0$, tal que

$$\|x(0)\| < \delta \implies \|x(t)\| < \varepsilon, \quad \text{para toda } t \geq 0 \tag{A.3}$$

- inestable si no es estable
- asintóticamente estable si es estable y δ puede elegirse tal que

$$\|x(0)\| < \delta \implies \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \tag{A.4}$$

Definición 2 *Sea $x = 0$ un punto de equilibrio del sistema (A.2) donde $x = 0 \in \mathbb{R}^n$.*

Si $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continuamente diferenciable tal que

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \\ V(x) &> 0 \text{ para todo } x \text{ en } \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \\ \dot{V}(x) &\leq 0 \text{ para todo } x \text{ en } \mathbb{R}^n \end{aligned} \tag{A.5}$$

entonces, $x = 0$ es estable. Además, si

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ para todo } x \text{ en } \mathbb{R}^n \setminus 0 \quad (\text{A.6})$$

entonces $x = 0$ es asintóticamente estable.

Principio de Invarianza

Teorema 2 (LaSalle) *Sea $x = 0$ un punto de equilibrio del sistema (A.2) donde $x = 0 \in \mathbb{R}^n$. Si $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es una función definida positiva, (radialmente no acotada,) continuamente diferenciable tal que $\dot{V}(x) \leq 0$ para todo x en \mathbb{R}^n . Sea S definido por*

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : \dot{V}(x) = 0 \right\}$$

y supongamos que ninguna solución puede permanecer en S , con excepción de la solución trivial $x = 0$. Entonces, el origen es (globalmente) asintóticamente estable.

Estabilidad Práctica

Sea el sistema (A.2), donde $f : [0, \infty) \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función continua a trozos en t y localmente Lipchitz en x sobre $[0, \infty) \times \mathbb{R}^n$, donde $x = 0 \in \mathbb{R}^n$.

Definición 3 *Las soluciones del sistema autónomo (A.2) son*

- uniformemente acotadas, si existe una constante positiva c ; y para toda $a \in (0, c)$, existe una $\beta = \beta(a) > 0$, tal que

$$\|x(0)\| \leq a \implies \|x(t)\| < \beta, \quad \text{para toda } t \geq 0 \quad (\text{A.7})$$

- globalmente uniformemente acotadas, si la condición (A.7) se cumple para una a arbitrariamente grande.
- uniformemente finalmente acotadas (prácticamente estables) con límite final b , si existen constantes positivas b, c ; y para toda $a \in (c, \infty)$ existe una $T = T(a, b) \geq 0$, tal que

$$\|x(t_0)\| \leq a \implies \|x(t)\| < b, \quad \text{para toda } t \geq t_0 + T \quad (\text{A.8})$$

- globalmente prácticamente estables, si la condición (A.8) se cumple para una a arbitrariamente grande.

Bibliografía

- [1] J. Alvarez-Ramirez, R. Kelly, and I. Cervantes, “Semiglobal stability of saturated linear PID control for robot manipulators,” *Automatica*, vol. 39, no. 6, pp. 989–995, Jun. 2003.
- [2] I. Cervantes, J. Alvarez-Ramirez, “On the PID tracking control of robot manipulators,” *Systems & Control Letters* 42, pp. 37-46, 2001.
- [3] M. A. Chávez-Cardona, F. Rodríguez-Spitia, A. Baradica-López, “Exoesqueletos para potenciar las capacidades humanas y apoyar la rehabilitación,” *Revista Ingeniería Biomédica, ISSN 1909-9762*, vol. 4, no. 7, pp. 63-73, Ene-Jun 2010.
- [4] C.-S. Chen, “Dynamic structure neural-fuzzy networks for robust adaptive control of robot manipulators,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 9, pp. 3402–3414, Sep. 2008.
- [5] J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, 3rd ed., Upper Saddle River, NJ: Pearson/Prentice Hall, 2005.
- [6] T. Dierks and S. Jagannathan, “Neural network output feedback control of robot formations,” *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern.*, vol. 40, no. 2, pp. 383–399, Apr. 2010.

- [7] K. Dupree, C.-H. Liang, G. Hu, and W. E. Dixon, “Adaptive Lyapunov based control of a robot and mass–spring system undergoing,” *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern.*, vol. 38, no. 4, pp. 1050–1061, Aug. 2008.
- [8] M. J. Er and Y. Gao, “Robust adaptive control of robot manipulators using generalized fuzzy neural networks,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 50, no. 3, pp. 620–628, Jun. 2003.
- [9] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1981.
- [10] E. Harinath, G. Mann, “Design and Tuning of Standard Additive Model Based Fuzzy PID Controllers for Multivariable Process Systems,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.38, No.8, 667-674, 2008.
- [11] S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, 2nd ed., Delhi: Pearson Education, 1999.
- [12] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd ed., Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.
- [13] R. Kelly, “PD control with desired gravity compensation of robotic manipulators: A review,” *International Journal of Robotics Research*, Vol. 16, No.5, pp. 660–672 , 1997.
- [14] R. Kelly, V. Santibañez, L. Perez, *Control of Robot Manipulators in Joint Space*, Springer-Verlag London, 2005.
- [15] K. Kong and T. Masayoshi, “Control of exoskeletons inspired by a fictitious gain in human model,” *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, vol. 14, no. 6, pp. 689-698, 2009.

- [16] F. L. Lewis, D. M. Dawson, and C. T. Abdallah, *Robot Manipulator Control: Theory and Practice*, 2nd ed. New York: Marcel Dekker, 2004.
- [17] F. L. Lewis, K. Liu, and A. Yesildirek, “Neural net robot controller with guaranteed tracking performance,” *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 6, no. 3, pp. 703–715, 1995.
- [18] H-X. Li, L. Zhang, K-Y. Cai, G. Chen, “An Improved Robust Fuzzy-PID Controller With Optimal Fuzzy Reasoning,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.35, No.6, 1283-1294, 2005.
- [19] E. V. L. Nunes, L. Hsu, F. Lizarralde, “Arbitrarily small damping allows global output feedback tracking of a class of Euler-Lagrange systems,” *American Control Conference*, Seattle, USA, 378-382, 2008.
- [20] B. Paden, R. Panja, “Globally asymptotically stable PD+ controller for robot manipulators,” *International Journal of Control*, Vol. 47, No. 6, 1697–1712 , 1988.
- [21] V. Parra-Vega, S. Arimoto, Y.-H. Liu, G. Hirzinger, and P. Akella, “Dynamic sliding PID control for tracking of robot manipulators: Theory and experiments,” *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 19, no. 6, pp. 967–976, Dec. 2003.
- [22] Z. Qu, D. M. Dawson, S. Y. Lim, J. F. Dorsey, “A New Class of Robust Control Laws for Tracking of Robots,” *International Journal of Robotics Research*, Vol. 13, No.4, 355–363, 1994.
- [23] J. J. E. Slotine, W. Li, “Adaptive manipulator control: A case study,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.33, No.11, pp. 995–1003, 1988.

- [24] J. J. E. Slotine, W. Li, “Composite Adaptive Control of Robots Manipulators,” *Automatica*, Vol. 25, No. 4, pp. 509-519, 1989.
- [25] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*. Hoboken, NJ: Wiley, 1989.
- [26] D. Sun, S. Hu, X. Shao, and C. Liu, “Global stability of a saturated nonlinear PID controller for robot manipulators,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 17, no. 4, pp. 892–899, Jul. 2009.
- [27] P. Tomei, “Adaptive PD Controller for Robot Manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 4 , pp. 565-570, 1991.
- [28] W. Yu and J. Rosen, “A Novel Linear PID Controller for an Upper Limb Exoskeleton,” *49th IEEE Conference on Decision and Control*, Atlanta, USA, pp. 3548-3553, Dec, 2010.